



# EXPO DAYS-IL MONDO A TAVOLA

30 Aprile – 6 Maggio 2012

▶ POLITECNICO DI MILANO



## PIATTI E FORME ISPIRATI AL DUOMO DI MILANO (sintesi dalla presentazione)

Elena Marchetti - Luisa Rossi Costa





## Quali attinenze?

2





## Quale geometria in comune?

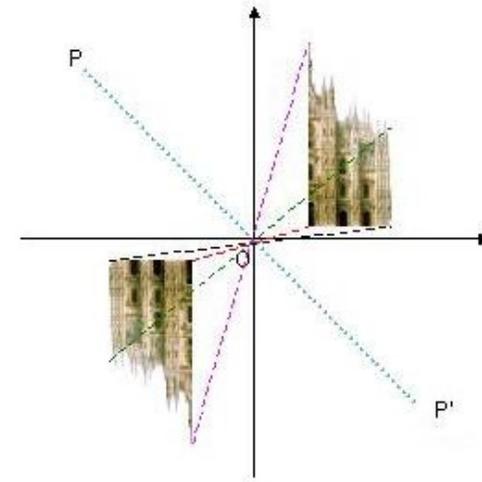
3





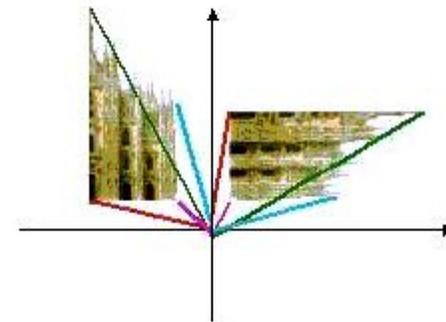
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

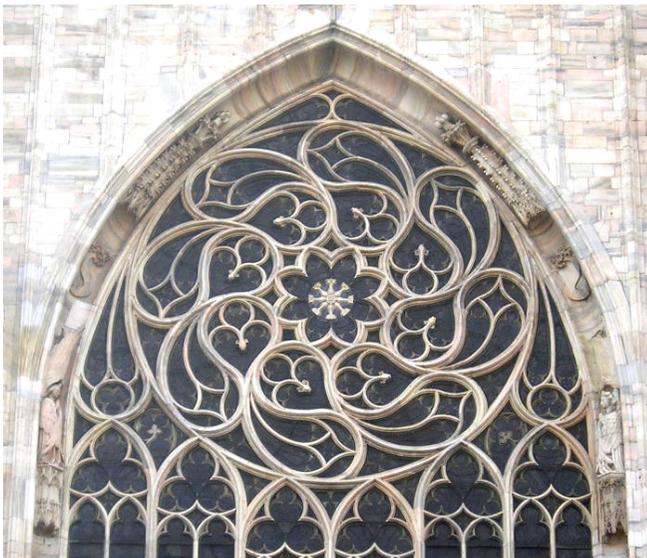
$$\begin{cases} x' = x \cos \vartheta - y \sin \vartheta \\ y' = x \sin \vartheta + y \cos \vartheta \end{cases}$$



$$\vartheta = \pi/2$$

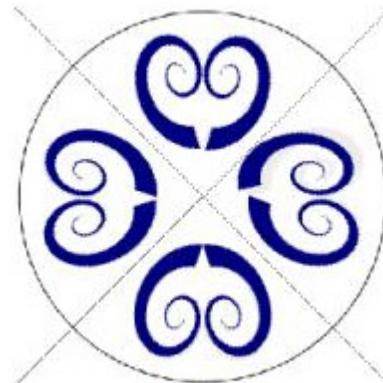


- decorazioni circolari generate da rotazioni di un motivo attorno al centro
- motivo con o senza assi di simmetria





# ROSONI DIEDRALI $D_4$





## Rosone ciclico $C_n$

- il motivo base **ruota** attorno al **centro** con rotazioni di ampiezza

$$\vartheta = 2\pi/n$$

- l'intero rosone si ottiene con  **$n-1$**  rotazioni
- la **matrice di rotazione** è:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos 2\pi/n & -\sin 2\pi/n \\ \sin 2\pi/n & \cos 2\pi/n \end{bmatrix}$$



$$n = 10$$

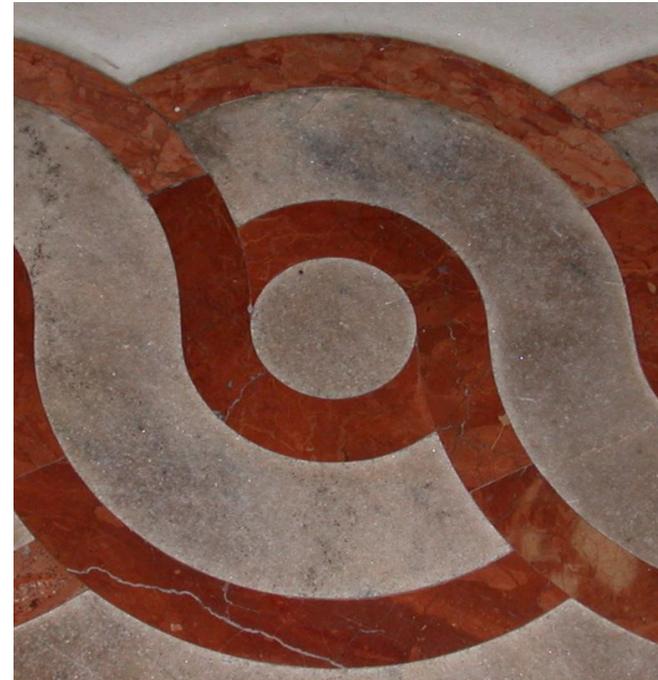


$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \vartheta = \frac{\pi}{2}$$

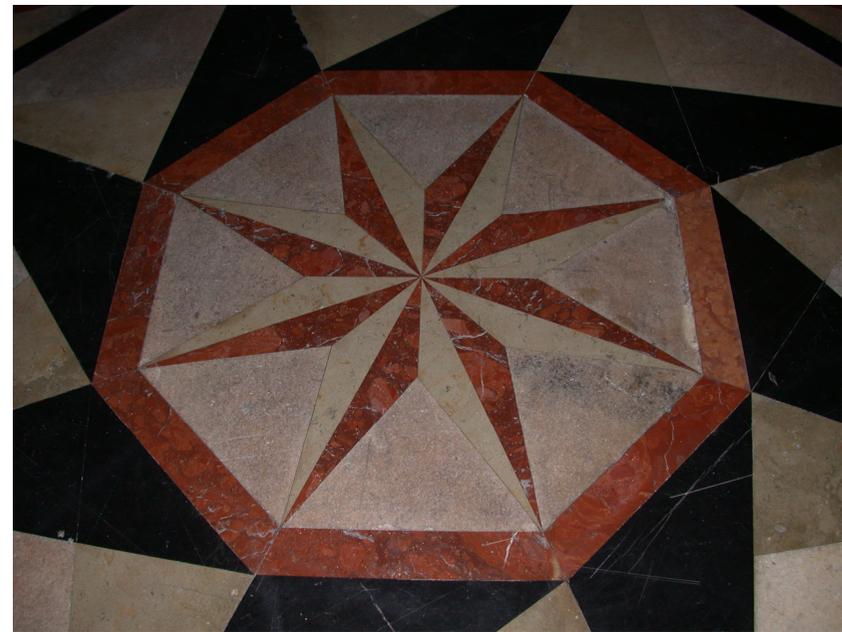


$C_4$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \vartheta = \pi$$



$C_2$



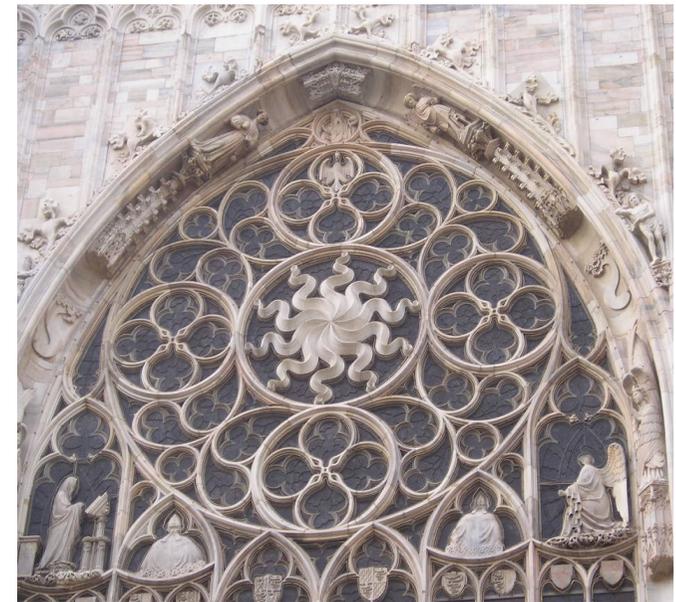


## Rosone diedrale $D_n$

- anche ciclico con  $n$  assi di simmetria
- il motivo base, generato per riflessione rispetto ad un asse, ruota attorno al centro
- il motivo base genera il rosone con  $2n-1$  riflessioni rispetto agli assi
- la matrice di trasformazione è:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \cos 2(\alpha + k\pi/n) & \sin 2(\alpha + k\pi/n) \\ \sin 2(\alpha + k\pi/n) & -\cos 2(\alpha + k\pi/n) \end{bmatrix},$$
$$k = 0, 1, \dots, 2n - 2$$

( $\alpha$  è l'angolo formato dal primo asse di riflessione con il semiasse positivo delle ascisse)



$$n = 4$$



$D_3$



$D_8$



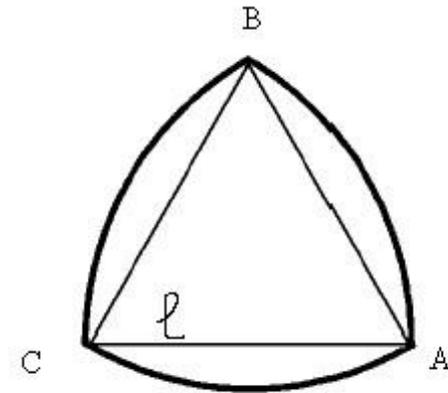
# ROSONI DIEDRALI





**Curva chiusa, figura di larghezza costante:**

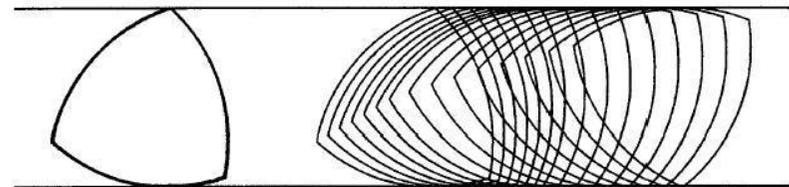
- *tre archi di circonferenza centrati nei vertici di un triangolo equilatero di lato  $\ell$*
- *rotola tra due rette parallele come una circonferenza*



*lunghezza curva =  $\pi\ell$*

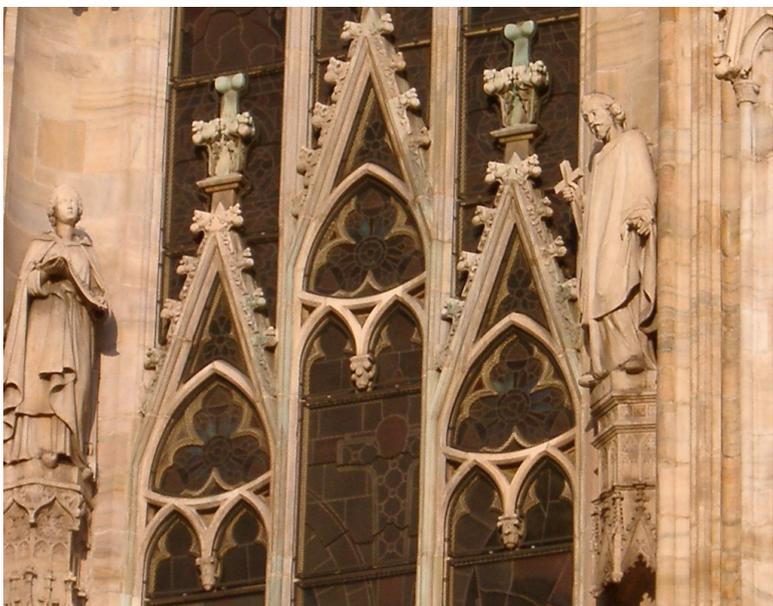
$$\text{area racchiusa} = \frac{(\pi - \sqrt{3})}{2} \ell^2 \cong 0.7048\ell^2$$

*Confrontare con perimetro e area del Triangolo equilatero.*





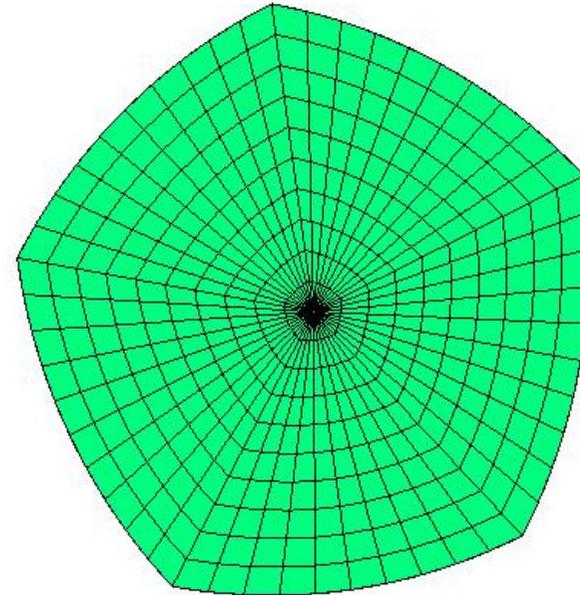
# Triangolo di Reuleaux, Arte e Design





## ***Curve chiuse, figure di larghezza costante:***

- *archi di circonferenza centrati nei vertici di un poligono regolare di  $2n+1$  lati*
- *rotolano tra due rette parallele come una circonferenza*





- [1] Betti R., *Lezioni di Geometria* Vol. 1 e 2, Zanichelli, Bologna, 1995
- [2] Betti R., Marchetti E., Rossi Costa L. (curatori), *Simmetria: una scoperta matematica*, Polipress, Milano, 2012
- [3] Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Huges J.F., *Computer Graphics (principle and practice)*, Addison-Wesley Publishing Company, 1992
- [4] Marchetti E., Rossi Costa L., *What geometries in Milan Cathedral?*, Nexus VI - Architecture and Mathematics, Kim Williams Books, Torino, 2006
- [5] Strang G., *Introduction to Linear Algebra*, Wellesley-Cambridge Press, 1998

-----  
<http://www.nexusjournal.com/>

<http://www.bridgesmathart.org/art-exhibits/bridges06/bridges06.html>

<http://vismath.tripod.com/>