

IL DILEMMA DEL PRIGIONIERO

Progetto Teatro in Matematica di Maria Eugenia D'Aquino

Note matematiche Alberto Colorni e Roberto Lucchetti

In questo caso, la disciplina scelta per costruire l'esperimento, è la Teoria dei Giochi, cioè quella parte della teoria matematica che si occupa di capire come si comporterebbero persone razionali, quando devono interagire fra loro avendo interessi a volte opposti, raramente coincidenti, spesso dipendenti in maniera cruciale dal comportamento globale della coppia, o del gruppo, e non solo dalla riunione di singole scelte. Nel caso del dilemma del prigioniero, la situazione si presenta in modo paradossale. Infatti un comportamento individualmente razionale porta necessariamente ad un risultato che è deludente per il gruppo. Se prendo due amici A e B e dico loro: preferisci che dia un euro a te o 10 al tuo amico, la razionalità individuale impone la scelta di chiedere l'euro per sé, col misero risultato di portarsi a casa un euro a testa invece di 10.

La novità teatrale che ci è stata proposta nello spettacolo si basa in fondo sulla "scoperta" che il conflitto tra due comportamenti diversi nasce, molto spesso, anche all'interno di noi stessi. Se avessimo più fiducia, un tema ricorrente nei discorsi dei protagonisti, potremmo stare tutti meglio. Tuttavia, molto spesso è questa fiducia che manca, perché sappiamo che l'azione individuale (aggressiva) ci porta un vantaggio immediato. Anche di una parte di noi verso un'altra.

La teoria dei giochi è capace di spiegare, almeno parzialmente, perché può essere razionale accordare la fiducia agli altri, anche a scapito di un guadagno immediato. Si tratta di rendersi conto che giochiamo continuamente, non una volta sola. Su un orizzonte di giochi che si prolunga nel futuro, razionalità individuale e collettiva possono, a volte, anche andare d'accordo.

Ma non è facile per nessuno capirlo, e la tentazione di cadere nell'atteggiamento che al momento sembra pagare di più, è sempre dentro di noi.

Il Dilemma del Prigioniero è probabilmente il problema più famoso della Teoria dei Giochi (TdG), una branca della più generale modellistica decisionale, cioè di quel settore che si occupa di esprimere attraverso modelli matematici le situazioni in cui devono essere compiute delle scelte: "qualcuno" deve decidere "su qualcosa" avendo alcune informazioni sul contesto (regole, risorse disponibili, concorrenza, ...).

La TdG si occupa delle situazioni di cooperazione/conflitto tra le persone, di situazioni cioè in cui soggetti diversi devono interagire tra loro avendo obiettivi (almeno parzialmente) divergenti. A volte il conflitto è totale (se uno vince, l'altro perde), altre volte è possibile/utile la cooperazione tra gli attori del processo. I risultati di ciascun soggetto – o attore o giocatore – dipendono dalle sue scelte ma anche da quelle degli altri: qui sta la complicazione, ma anche il fascino della TdG. Non è in generale sufficiente (e non è sempre chiaro che cosa significhi) ottimizzare le proprie scelte: è necessario analizzare ciò che fanno (o hanno fatto) gli altri, per capire come comportarsi nelle fasi successive.

Al di fuori dell'ambiente matematico, la recente notorietà della TdG è dovuta in gran parte alla storia (con annesso libro e film) di John Nash. Essa si apre con la geniale formulazione del concetto e del modello di equilibrio, su cui si basa tutta la TdG non cooperativa, evolvendo poi drammaticamente in trent'anni di schizofrenia, per cambiare poi nuovamente con il sorprendente ritorno a un modo di pensare più convenzionale (secondo le sue stesse parole) e concludersi col riconoscimento massimo cui aspira uno scienziato: il premio Nobel, assegnatogli nel 1994. La sua idea di equilibrio, così feconda di applicazioni da renderlo famoso per sempre, è descritta in un lavoro di 27 pagine scritto a 22 anni e in fondo mai più ripreso. Secondo il suo modello, un punto di equilibrio è definito come un insieme di scelte (una per ogni attore) che nessun giocatore ha interesse a cambiare se tutti gli altri conservano le loro.

Il Dilemma del Prigioniero (DdP) prende il nome dal caso di due prigionieri alle prese con scelte cui sono legati possibili sconti di pena (quindi benefici per loro). Ogni prigioniero (giocatore) può fare solo due scelte: adottare un atteggiamento cooperativo verso il suo compagno (negando le colpe che il giudice addebita alla coppia) oppure adottare un atteggiamento aggressivo-conflittuale (confessando le colpe ma addebitandone la maggior parte all'altro). Poiché il sistema giudiziario attribuisce grande peso alla confessione, i benefici per chi collabora con la giustizia possono essere significativi.

Il modello matematico del DdP è rappresentato da una tabella nelle cui celle sono indicati due valori: il primo rappresenta il beneficio (cioè lo sconto di pena) per il giocatore A, che sceglie una delle due righe; il secondo rappresenta il vantaggio per il giocatore B, che sceglie una delle due colonne.

	B →	b1 - conciliante	b2 - aggressivo
A			
a1 - conciliante		3 / 3	0 / 5
a2 - aggressivo		5 / 0	1 / 1

Per esempio, la cella a1/b2 (in alto a destra) corrisponde alla situazione in cui A è disponibile a cooperare con B assumendo quindi un atteggiamento conciliante, mentre B assume un atteggiamento aggressivo: l'atteggiamento "remissivo" di A non produce nessun beneficio per lui, mentre l'atteggiamento di B (che decide quindi di collaborare con la giustizia) porta a lui il massimo vantaggio. Allo stesso modo si possono spiegare le altre tre situazioni.

L'aspetto imprevedibile e significativo del DdP è che c'è una sola situazione di equilibrio (a2/b2) che è quella basata sulla sfiducia reciproca, mentre la situazione a1/b1 non è di equilibrio pur essendo più favorevole per entrambi. Il Dilemma rappresenta quindi bene il contrasto tra razionalità individuale e razionalità collettiva: se non ci fidiamo degli altri stiamo tutti peggio, ma fidarsi potrebbe essere (individualmente) non razionale.

Il modello, che ha suscitato grande dibattito – non solo tra matematici ed economisti – ed è stato applicato a innumerevoli situazioni di competizione/conflitto (dalle relazioni Israele-Palestina, alla vita di coppia, alla gestione del patrimonio ambientale, ecc.), sta alla base del testo rappresentato. Il contesto teatrale ha però suggerito una particolare formulazione del problema: i due giocatori sono in realtà la stessa persona. Lo spettacolo presenta quindi la situazione in cui ciascuno di noi si trova quando due parti di sé sono in conflitto: l'anima razionale "contro" quella passionale, la spinta edonista del tutto e subito "contro" quella ambientalista rivolta al futuro, la parte maschile "contro" quella femminile. In questo senso i due giocatori A e B sono come Jekyll e Hyde, le due facce di una stessa persona alla perenne ricerca di un difficile equilibrio.