

From: Archimedes.Syracusanus@nobilecastello.inf  
To: Dicci\_uranoliti.coluri\_indicati@codici\_lunari.it  
Object: Granelli di sabbia

Eccoti i calcoli che ho fatto per calcolare il numero dei granelli di sabbia che stanno nell'universo, e che ho scritto in un libro, detto latinamente "Arenario", e dedicato a Gelone, tiranno di Siracusa.

Il problema non era nuovo. Archita, tiranno di Taranto, come sai, pensava che il mondo fosse infinito, e quindi ci potessero stare infiniti granelli. Infatti Orazio, meditando sulla sua tomba, lo chiama "misuratore della sabbia innumerevole".<sup>1</sup> Ecco l'incipit del mio libro:

*Vi sono alcuni, o Gelone, i quali sostengono che il numero dei granelli di sabbia che esistono è infinito; e quando dico "granelli di sabbia", intendo indicare non soltanto la sabbia che è nei dintorni di Siracusa, ma anche tutta quella che si può trovare in qualunque regione, sia essa abitata o disabitata.*

*Vi sono altri i quali, pur non pensando che il numero dei granelli di sabbia sia infinito, pensano tuttavia che non si possa rappresentare un numero grande a sufficienza per indicare il numero di tutti i granelli di sabbia. [...]*

*Ma io invece cercherò di mostrarti che i numeri che io ho rappresentato nella mia opera che ho inviato a Zeuxippo [«I principi»] sono molto più grandi, non soltanto del numero dei granelli di sabbia che potrebbero riempire la Terra, ma addirittura del numero dei granelli di sabbia che potrebbero riempire tutto l'universo.*

Le dimensioni dell'universo le stimo usando il sistema eliocentrico di Aristarco. Proseguo infatti dicendo:

*Tu sai bene che il nome "universo" è stato utilizzato dagli astronomi per indicare la sfera che come centro ha il centro della Terra e come raggio la distanza dal centro della Terra al centro del Sole. [...] Tuttavia Aristarco di Samo ha scritto un libro, nel quale egli sviluppa alcune ipotesi in base alle quali l'universo risulta essere molte volte più grande di quanto noi abbiamo detto poco fa. Le sue ipotesi sono che le stelle fisse e il Sole siano immobili nello spazio e che la Terra giri attorno al Sole lungo una circonferenza della quale il Sole è il centro, mentre la sfera delle stelle fisse, la quale ha lo stesso centro del Sole, è così grande che il rapporto tra il raggio della sfera delle stelle fisse e il raggio dell'orbita terrestre ha valore uguale al rapporto tra il centro della sfera e la sua superficie. Ora si vede facilmente che ciò è impossibile: perché, dato che il centro della sfera non ha dimensione alcuna, non è possibile pensare al rapporto tra il centro e la superficie della sfera. Pertanto dobbiamo pensare che Aristarco volesse dire questo: poiché noi pensiamo che la Terra sia come il centro dell'universo, il rapporto tra la Terra e ciò che noi chiamiamo l'universo [come poi ti specifico] è uguale al rapporto tra la sfera che contiene il cerchio che è l'orbita della Terra (come egli suppone) e la sfera delle stelle fisse.*

Del resto anche Copernico scrive «... il cielo, in confronto alla Terra, è immenso e offre l'aspetto di una grandezza infinita, ma per la valutazione del senso la Terra è per rapporto al cielo come un punto rispetto a un corpo e il finito all'infinito».<sup>2</sup>

Dunque utilizzo il termine "universo" per indicare una sfera del diametro dell'orbita terrestre, e suppongo che tra i raggi della Terra, dell'universo e del cielo delle stelle fisse sussista la proporzione:  $R_T : R_U = R_U : R_{SF}$ .

Le altre ipotesi [utilizzate per il calcolo] sono

*1. La circonferenza della Terra non è superiore ai 3 milioni di stadi. È vero che qualcuno ha cercato di dimostrare, come certamente tu sai, che tale circonferenza vale circa 300.000 stadi.*

<sup>1</sup> Odi I, 28, 1-2: «numeroque carentis harenae / mensorem».

<sup>2</sup> [Copernico, 1543], cap. VI, p. 61.

*Ma io vado più in là e ammetto che la circonferenza della Terra non sia più lunga di 3 milioni di stadi.*

Ti faccio notare che 300.000 stadi è il valore dato da Aristarco, equivalente a 55,5 milioni di km; il valore vero è notoriamente 40 milioni di km, visto che il metro è stato definito proprio così; Eratostene nel 230 a.C. ha misurato 250.000 stadi, circa 45 milioni).<sup>3</sup>

*2. Il diametro della Terra è più grande di quello della Luna e più piccolo di quello del Sole.*

*3. Il diametro del Sole è circa 30 volte quello della Luna e non più. A dire il vero, Eudosso ha detto 9, Aristarco tra 18 e 20.<sup>4</sup>*

*4. Il diametro del Sole è maggiore del lato del chiliagono inscritto nel cerchio massimo della sfera dell'universo (Aristarco ha scoperto che è circa 1/720 del cerchio dello Zodiaco, e io, da parte mia, ho cercato sperimentalmente di misurare l'angolo che ha il suo vertice nell'occhio ed è sotteso dal Sole). Infatti, il Sole si vede sotto un angolo di mezzo grado, cioè 1/720 dell'angolo giro.*

*5. Un seme di papavero abbia diametro non minore di 1/40 di pollice.*

*6. Uno stadio è minore di 10.000 pollici.*

*7. Nel volume di un seme di papavero stiano non più di 10.000 granelli di sabbia.*

Ed ecco il sistema numerico che ho inventato per esprimere il numero di granelli.

Consideriamo i soliti numeri fino a una miriade di miriadi, cioè cento milioni, e chiamiamoli "primi numeri" (nulla a che vedere coi numeri primi, naturalmente!).

Una miriade di miriadi dei primi numeri si chiami unità dei secondi numeri – per tua comodità indico con  $\Omega = 10^8$  questo valore.<sup>5</sup>

Una miriade di miriadi di unità dei secondi numeri sia una unità dei terzi numeri. Tale unità vale dunque  $\Omega^2 = 10^{16}$ . Così proseguendo, una unità dei numeri  $(n+1)$ -esimi (o di ordine  $n+1$ , se preferisci) varrà  $\Omega^n = 10^{8n}$ . Per esempio, il tuo googol vale una miriade di unità dei tredicesimi numeri.

Quando  $n$  raggiunge una miriade di miriadi – cioè  $\Omega$  – terminiamo il primo periodo, e l'ultimo numero del primo periodo, che corrisponde a  $\Omega^\Omega = 10^{8\Omega}$ , si chiama unità del secondo periodo. Te la indico con  $P = 10^{800.000.000}$ .

Con queste unità costruiamo i primi numeri del secondo periodo (da  $P$  a  $\Omega P$ ), quindi i secondi numeri, ecc., fino a completare il secondo periodo con l'unità del terzo periodo, che vale  $P^2$ .

«E sempre così proseguendo fino a centomilioni di centomilionesimi numeri del centomilionesimo periodo», ovvero, in parole povere, fino a  $P^\Omega = (\Omega^\Omega)^\Omega = 10^{80.000.000.000.000.000}$  (esponente  $8 \cdot 10^{16}$ ) otteniamo numeri di cui non t'immagini neppure la grandezza.<sup>6</sup>

In generale  $p$  unità del  $q$ -esimo ordine dell' $r$ -esimo periodo è il numero  $p\Omega^{(q-1)+(r-1)\Omega}$ .

Enuncio poi le regole delle potenze (che ben conosci).

<sup>3</sup> Per curiosità aggiungo che Aristarco dimostra che la Luna dista dalla Terra circa 30 volte il diametro terrestre, con questo semplice ragionamento. Un'eclisse totale di Luna dura al massimo 4 ore. Questo è il tempo che la Luna impiega per attraversare diametralmente il cono d'ombra della Terra, cono che possiamo assimilare a un cilindro, data la grande distanza del Sole. Ora, il tempo che la Luna impiega per attraversare un tratto pari al suo stesso diametro è di poco meno di un'ora (un mese siderale / 720 = 655 h / 720  $\cong$  0,91 h, visto che la Luna si vede sotto un angolo di mezzo grado). Dunque il diametro della Luna è un po' meno di un quarto di quello della Terra, e poiché la tangente di mezzo grado è circa 1/120, la distanza è quasi 30 volte più grande.

<sup>4</sup> mentre come sapete voi moderni il valore vero è circa 400.

<sup>5</sup> Arenarius, 2.146, così come le seguenti.

<sup>6</sup> Arenarius 2.147... καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστὰς περιόδου μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας (Kai aei houtos prosagonton es tas perioudou myriakismyrioston arithmon myrias myriadas).

Infine i calcoli mostrano che:

- ◆ nella sfera del diametro di un pollice stanno non più di  $10^9$  granelli di sabbia;
- ◆ nella sfera del diametro di uno stadio stanno non più di  $10^{21}$  granelli;
- ◆ essendo il diametro dell'universo (orbita terrestre) minore di  $10^{10}$  stadi, nella sfera del diametro dell'universo stanno non più di  $10^{51}$  granelli (1000 unità di numeri del settimo ordine);
- ◆ infine, nella sfera delle stelle fisse stanno meno di  $10^7$  numeri dell'ottavo ordine di granelli di sabbia, cioè meno di  $10^{63}$ .

Nota l'elegante sistema di maggiorazioni: l'importante è mostrare che l'ordine di grandezza non supera un valore calcolabile.

*Capisco che queste cose, o Gelone, potranno apparire inverosimili alla maggioranza, cioè a coloro che non hanno studiato la matematica; ma coloro che hanno una certa familiarità con questa scienza e hanno posto attenzione alle distanze della Terra, della Luna e dell'intero universo saranno convinti della dimostrazione. E perciò ho pensato che questo argomento non fosse indegno della tua considerazione.*

Ti aggiungo altre due curiosità:

L'equivalente moderno della mia domanda è: quanti atomi ci sono nell'universo? Supponendo che l'universo sia una sfera di 15 miliardi di anni luce di raggio (costante di Hubble  $H_0 = 65 \text{ km/s/Mpc}$ ), e che la densità sia pari alla cosiddetta densità critica, la massa dell'universo risulta di  $9,64 \cdot 10^{52} \cong 10^{53} \text{ kg}$ , corrispondente a  $5,8 \cdot 10^{79}$  atomi d'idrogeno (circa  $5 \cdot 10^{79}$  atomi, se si considera che un quarto della massa sia formata da He o 'meta lli').

Anche Pascal – tanto per fare un esempio analogo – calcolerà quanto pesa tutta l'aria dell'atmosfera... cioè  $8.283.889.440.000.000.000 \cong 8 \cdot 10^{18}$  libbre. Un semplice calcolo fornisce effettivamente una massa di  $5 \cdot 10^{18} \text{ kg}$ !

Chrónia pollà  
Archi