

La turbolenza, dal bicchiere d'acqua alle stelle

Lorenzo Valdetaro

MOX, Dip. di Matematica - Politecnico di Milano

14 giugno 2006

- La turbolenza in natura: più che l'eccezione, la regola.
- Sorprese della turbolenza:
 - gli squali sanno ammaestrare la turbolenza
 - perché una pallina da golf non è liscia
- La teoria della turbolenza, dove si scopre che Leonardo e Kolmogorov avevano già parlato dei frattali senza nominarli.
- Le difficoltà della simulazione numerica, ovvero: dovrà passare ancora molta acqua sotto i ponti prima che saremo in grado di capire come essa fluisce...

- La turbolenza in natura: più che l'eccezione, la regola.
- Sorprese della turbolenza:
 - gli squali sanno ammaestrare la turbolenza
 - perché una pallina da golf non è liscia
- La teoria della turbolenza, dove si scopre che Leonardo e Kolmogorov avevano già parlato dei frattali senza nominarli.
- Le difficoltà della simulazione numerica, ovvero: dovrà passare ancora molta acqua sotto i ponti prima che saremo in grado di capire come essa fluisce...

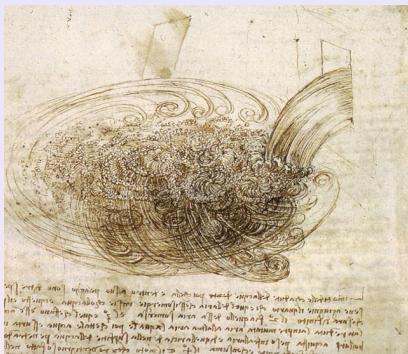
- La turbolenza in natura: più che l'eccezione, la regola.
- Sorprese della turbolenza:
 - gli squali sanno ammaestrare la turbolenza
 - perché una pallina da golf non è liscia
- La teoria della turbolenza, dove si scopre che Leonardo e Kolmogorov avevano già parlato dei frattali senza nominarli.
- Le difficoltà della simulazione numerica, ovvero: dovrà passare ancora molta acqua sotto i ponti prima che saremo in grado di capire come essa fluisce...

- La turbolenza in natura: più che l'eccezione, la regola.
- Sorprese della turbolenza:
 - gli squali sanno ammaestrare la turbolenza
 - perché una pallina da golf non è liscia
- La teoria della turbolenza, dove si scopre che Leonardo e Kolmogorov avevano già parlato dei frattali senza nominarli.
- Le difficoltà della simulazione numerica, ovvero: dovrà passare ancora molta acqua sotto i ponti prima che saremo in grado di capire come essa fluisce...

Allacciare le cinture: entriamo in una zona di turbolenza!



La turbolenza nel bicchiere d'acqua



Prima descrizione qualitativa del fenomeno della turbolenza fornita da Leonardo intorno all'anno 1500.

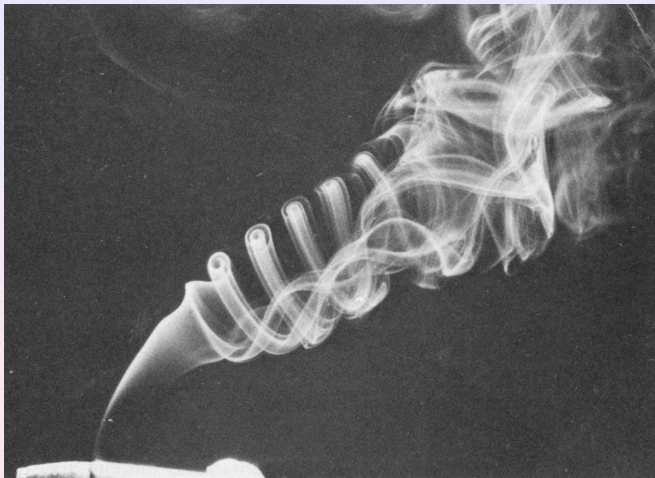
- I moti vorticosi a grande scala si frammentano in moti a scala sempre più piccola che rendono il flusso irregolare e imprevedibile.

- La turbolenza esibisce un numero grandissimo di strutture (i vortici) grandi, medie e piccole che interagiscono.
- Il campo di velocità fluttua aleatoriamente nel tempo e nello spazio e contiene un ampio spettro di frequenze temporali e spaziali.
- Sensibilità alle condizioni iniziali, che si traduce nella imprevedibilità del campo di velocità a tempi lunghi (il problema delle previsioni meteorologiche).

- La turbolenza esibisce un numero grandissimo di strutture (i vortici) grandi, medie e piccole che interagiscono.
- Il campo di velocità fluttua aleatoriamente nel tempo e nello spazio e contiene un ampio spettro di frequenze temporali e spaziali.
- Sensibilità alle condizioni iniziali, che si traduce nella imprevedibilità del campo di velocità a tempi lunghi (il problema delle previsioni meteorologiche).

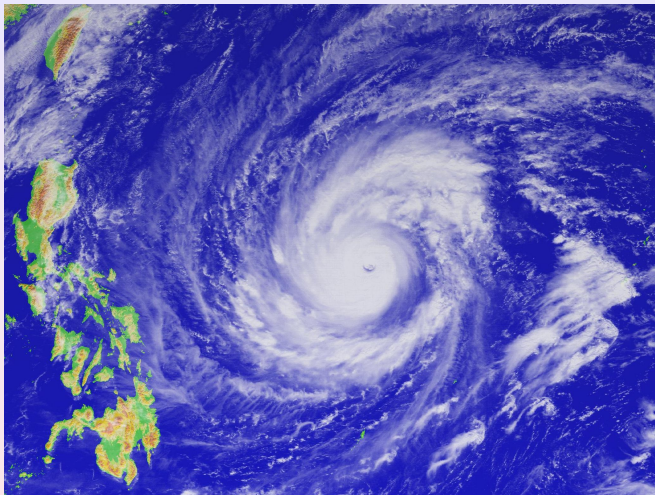
- La turbolenza esibisce un numero grandissimo di strutture (i vortici) grandi, medie e piccole che interagiscono.
- Il campo di velocità fluttua aleatoriamente nel tempo e nello spazio e contiene un ampio spettro di frequenze temporali e spaziali.
- Sensibilità alle condizioni iniziali, che si traduce nella imprevedibilità del campo di velocità a tempi lunghi (il problema delle previsioni meteorologiche).

La turbolenza ci pervade



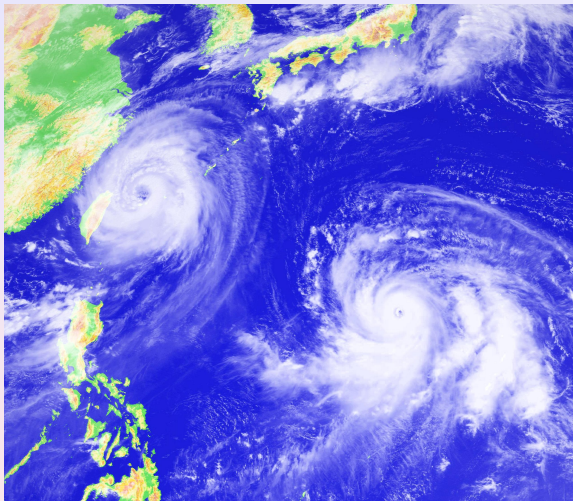
Il fumo della sigaretta risulta laminare vicino al punto di rilascio (perché?) e turbolento lontano da esso.

Fenomeni di forte turbolenza atmosferica: gli uragani



Il tifone LUPIT il 27 novembre 2003 si avvicina minacciosamente alle Filippine (devierà poi verso nord est)

Fenomeni di forte turbolenza atmosferica: gli uragani



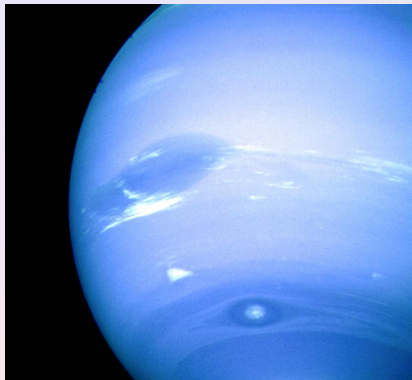
I tifoni AERE (a sinistra) e CHABA (a destra) il 24 agosto 2004. Il primo si abatterà sulla Cina mentre il secondo attraverserà il Giappone.

La macchia rossa di Giove



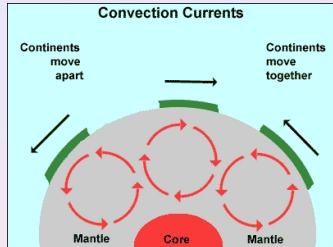
Osservata per la prima volta nel 1664 da Robert Hooke e da allora sempre osservata. È una tempesta atmosferica più grande della terra. Ruota in senso antiorario (anticiclone). La lunga esistenza si spiega con l'assenza di superfici solide che possano dissipare il vento.

La macchia scura di Nettuno



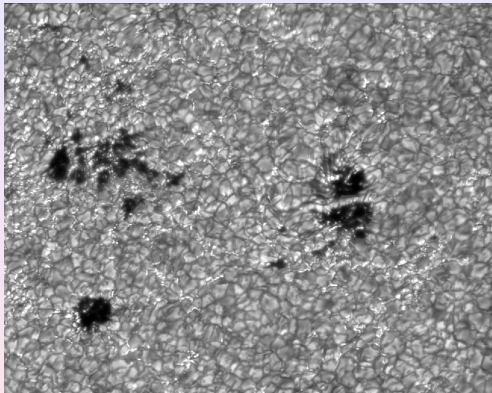
È grande la metà della macchia rossa di Giove e ha stesso diametro della terra. Venti da 1000 Km/h.

La convezione turbolenta nella terra



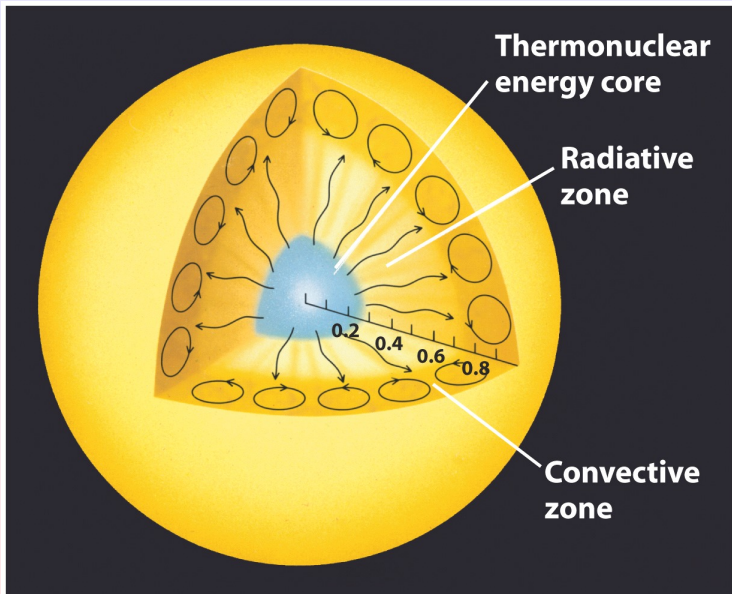
- Nella convezione, la forza di Archimede sul fluido più caldo e meno denso contrasta la forza di gravità.
- La convezione nel mantello terrestre è responsabile della deriva dei continenti, dei terremoti, della formazione di catene montuose e vulcani, ecc.

La convezione turbolenta nelle stelle



Le macchie solari e la granulazione della superficie indicano che la regione sottostante è sede di intensa convezione turbolenta

La convezione turbolenta nel sole



Fenomeni turbolenti nell'atmosfera solare



Il numero di Reynolds

- Quanto è turbolento un flusso?
- È esperienza comune che il moto di un fluido molto viscoso e/o quasi a riposo e/o di piccole dimensioni tende ad essere ordinato e regolare (*laminare*). Viceversa fluidi con piccola viscosità e/o molto veloci e/o di grandi dimensioni tendono a diventare irrequieti e caotici (*turbolenti*).
- Si definisce il **numero di Reynolds**:

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

U è la velocità caratteristica

L è la dimensione caratteristica

ν è il coefficiente di viscosità cinematica

Il numero di Reynolds

- Quanto è turbolento un flusso?
- È esperienza comune che il moto di un fluido molto viscoso e/o quasi a riposo e/o di piccole dimensioni tende ad essere ordinato e regolare (*laminare*). Viceversa fluidi con piccola viscosità e/o molto veloci e/o di grandi dimensioni tendono a diventare irrequieti e caotici (*turbolenti*).
- Si definisce il **numero di Reynolds**:

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

U è la velocità caratteristica

L è la dimensione caratteristica

ν è il coefficiente di viscosità cinematica

Il numero di Reynolds

- Quanto è turbolento un flusso?
- È esperienza comune che il moto di un fluido molto viscoso e/o quasi a riposo e/o di piccole dimensioni tende ad essere ordinato e regolare (*laminare*). Viceversa fluidi con piccola viscosità e/o molto veloci e/o di grandi dimensioni tendono a diventare irrequieti e caotici (*turbolenti*).
- Si definisce il **numero di Reynolds**:

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

U è la velocità caratteristica

L è la dimensione caratteristica

ν è il coefficiente di viscosità cinematica

Le equazioni di Navier-Stokes (1823)

- Equazioni di Navier-Stokes per un fluido a densità e viscosità costante:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}, \quad \text{div} \mathbf{v} = 0$$

\mathbf{v} : velocità, p : pressione, ρ : densità, ν : viscosità cinematica.
 Δ è l'operatore di Laplace:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- Confrontiamo il termine di trasporto $-(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ con il termine di dissipazione viscosa:

$$\frac{|(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}|}{|\nu \Delta \mathbf{v}|} \sim \frac{U^2/L}{\nu U/L^2} = \frac{UL}{\nu} = Re$$

Le equazioni di Navier-Stokes (1823)

- Equazioni di Navier-Stokes per un fluido a densità e viscosità costante:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\text{grad}p + \nu\Delta\mathbf{v} + \mathbf{f}, \quad \text{div}\mathbf{v} = 0$$

\mathbf{v} : velocità, p : pressione, ρ : densità, ν : viscosità cinematica.
 Δ è l'operatore di Laplace:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- Confrontiamo il termine di trasporto $-(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ con il termine di dissipazione viscosa:

$$\frac{|(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}|}{|\nu\Delta\mathbf{v}|} \sim \frac{U^2/L}{\nu U/L^2} = \frac{UL}{\nu} = Re$$

Valori numerici del coefficiente di viscosità cinematico per alcuni fluidi alla temperatura $T = 20^\circ$.

fluido	$\nu(m^2/s)$
mercurio	1.2×10^{-7}
acqua	1.0×10^{-6}
aria	1.5×10^{-5}
olio d'oliva	1.1×10^{-4}
glicerina	6.8×10^{-4}

La diffusione del fumo di una sigaretta

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)C = K\Delta C$$

In assenza di moti la concentrazione C di fumo nell'aria sarebbe descritta da una pura equazione di diffusione. La stima del tempo di diffusione è: $T_{\text{diff}} \sim L^2/K$, dove $K \simeq 0.22\text{cm}^2/\text{s}$ è il coefficiente di diffusività del fumo nell'aria.

distanza	tempo
10cm	7 minuti
1m	12 ore
4m	8 giorni
10m	52 giorni

I moti turbolenti dell'aria spiegano la maggiore velocità di diffusione osservata: $T_{\text{conv}} = \frac{UL}{K} T_{\text{diff}} \sim 10^{-5} T_{\text{diff}}$.

Spiegazione del comportamento laminare del fumo della sigaretta vicino al punto di rilascio:

- La viscosità dell'aria aumenta con l'aumentare della temperatura.
- L'aria che fuoriesce dalla sigaretta viene accelerata per effetto della forza di Archimede ma parte quasi da ferma.

⇒ $Re = \frac{UL}{\nu}$ è piccolo in vicinanza della sigaretta.



Spiegazione del comportamento laminare del fumo della sigaretta vicino al punto di rilascio:

- La viscosità dell'aria aumenta con l'aumentare della temperatura.
- L'aria che fuoriesce dalla sigaretta viene accelerata per effetto della forza di Archimede ma parte quasi da ferma.

⇒ $Re = \frac{UL}{\nu}$ è piccolo in vicinanza della sigaretta.



Spiegazione del comportamento laminare del fumo della sigaretta vicino al punto di rilascio:

- La viscosità dell'aria aumenta con l'aumentare della temperatura.
- L'aria che fuoriesce dalla sigaretta viene accelerata per effetto della forza di Archimede ma parte quasi da ferma.

$\Rightarrow Re = \frac{UL}{\nu}$ è piccolo in vicinanza della sigaretta.

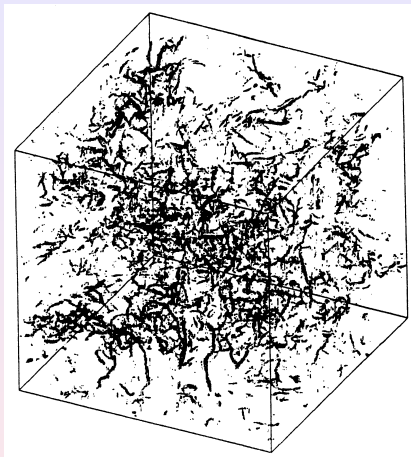


Spiegazione del comportamento laminare del fumo della sigaretta vicino al punto di rilascio:

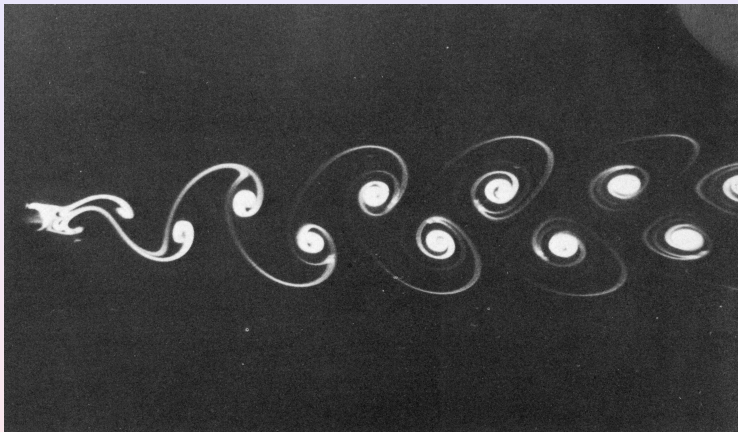
- La viscosità dell'aria aumenta con l'aumentare della temperatura.
- L'aria che fuoriesce dalla sigaretta viene accelerata per effetto della forza di Archimede ma parte quasi da ferma.

$\Rightarrow Re = \frac{UL}{\nu}$ è piccolo in vicinanza della sigaretta.

Le strutture della turbolenza omogenea ed isotropa



- Filamenti (*worms*) di vorticità (da una simulazione a $Re = 1000$)

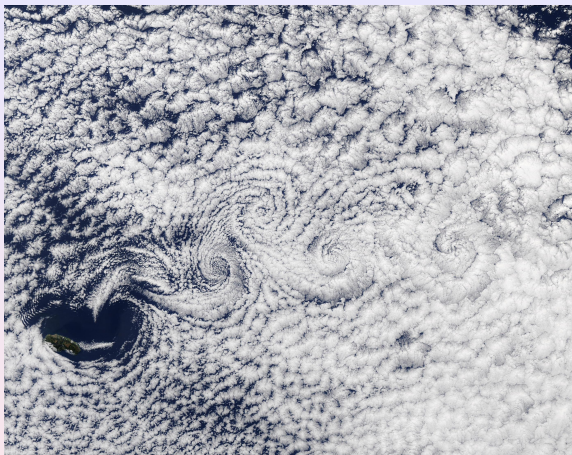


Scie di von Kàrmàn a valle di un ostacolo (flusso laminare).



Scia di greggio della nave *Argo Merchant* incagliata al largo di Nantucket nel 1976.

Scie di von Kàrmàn



Nuvole che formano scie di von Kàrmàn a sudest di Madeira. Vista da satellite.

- Ponte sospeso di Tacoma Narrows Bridge sul Puget Sound, tra Tacoma e Gig Harbor (stato di Washington).
- Gli ingegneri giurano che il ponte può sopportare i venti di un uragano
- Ma anche modeste brezze lo fanno ondeggiare
- Mattina del 7 novembre 1940: un forte vento (tra 60 e 75 km/h) fa crollare il ponte



- Ponte sospeso di Tacoma Narrows Bridge sul Puget Sound, tra Tacoma e Gig Harbor (stato di Washington).
- Gli ingegneri giurano che il ponte può sopportare i venti di un uragano
- Ma anche modeste brezze lo fanno ondeggiare
- Mattina del 7 novembre 1940: un forte vento (tra 60 e 75 km/h) fa crollare il ponte



- Ponte sospeso di Tacoma Narrows Bridge sul Puget Sound, tra Tacoma e Gig Harbor (stato di Washington).
- Gli ingegneri giurano che il ponte può sopportare i venti di un uragano
- Ma anche modeste brezze lo fanno ondeggiare
- Mattina del 7 novembre 1940: un forte vento (tra 60 e 75 km/h) fa crollare il ponte



- Ponte sospeso di Tacoma Narrows Bridge sul Puget Sound, tra Tacoma e Gig Harbor (stato di Washington).
- Gli ingegneri giurano che il ponte può sopportare i venti di un uragano
- Ma anche modeste brezze lo fanno ondeggiare
- Mattina del 7 novembre 1940: un forte vento (tra 60 e 75 km/h) fa crollare il ponte



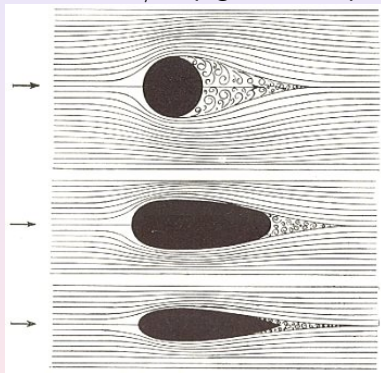
Post Scriptum. Un gruppo di ingegneri si riunì per progettare un sostituto del ponte crollato. Gli ingegneri civili proposero di costruirlo con la stessa forma ma più solido. L'ingegnere aerodinamico Theodore von Kàrmàn si rese conto che il problema era dovuto ai vortici della scia e disse

se lo costruiamo con la stessa forma cadrà allo stesso modo

Si decise (saggiamente) di cambiare l'aerodinamica.

La resistenza dovuta alla turbolenza

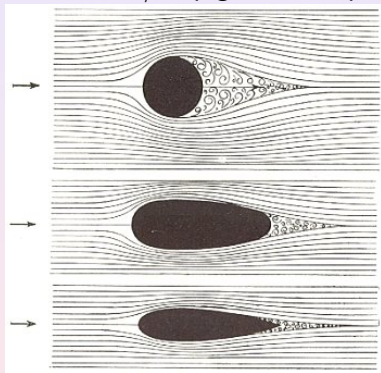
- Resistenza di forma. Presentano prevalente resistenza di forma gli ostacoli tozzi e/o spigolosi. Ampia scia a valle.



- Resistenza d'attrito. Nasce al contatto tra il fluido e la superficie del corpo lambito.

La resistenza dovuta alla turbolenza

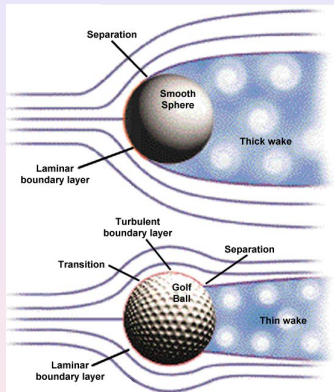
- Resistenza di forma. Presentano prevalente resistenza di forma gli ostacoli tozzi e/o spigolosi. Ampia scia a valle.



- Resistenza d'attrito. Nasce al contatto tra il fluido e la superficie del corpo lambito.

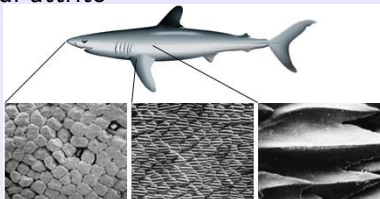
La turbolenza ammaestrata

La pallina da golf sfrutta la turbolenza

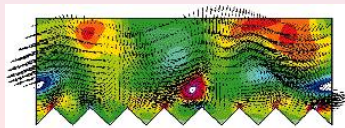
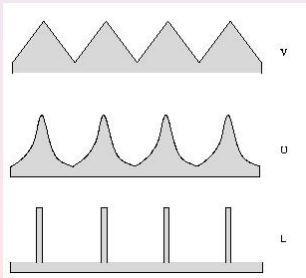


Lo strato limite laminare è più fragile di quello turbolento e si distacca prima. La scia è più larga e la resistenza di forma è più grande.

- La pelle degli squali comporta piccole scanalature che riducono la forza di attrito



- Le scanalature (riblets) di dimensioni 0.1 mm possono ridurre i consumi di carburante degli aerei anche del 7-8%.



La turbolenza: l'ultimo mistero della fisica classica?

- Sir Horace Lamb nel 1932: *I am an old man now, and when I die and go to heaven there are two matters on which I hope for enlightenment. One is quantum electrodynamics, and the other is the turbulent motion of fluids. And about the former I am rather optimistic.*
- Da studente, venne proposto a Werner Heisenberg (1901-1976) di occuparsi della turbolenza. Rifiutò, dicendo che il problema era troppo difficile, e si lanciò sulla meccanica quantistica di cui divenne uno dei padri fondatori. Più tardi tornò sul problema della turbolenza. nel 1974 in un seminario alla Columbia University di New York cita la turbolenza come *uno dei grandi problemi non risolti della fisica moderna.*

La turbolenza: l'ultimo mistero della fisica classica?

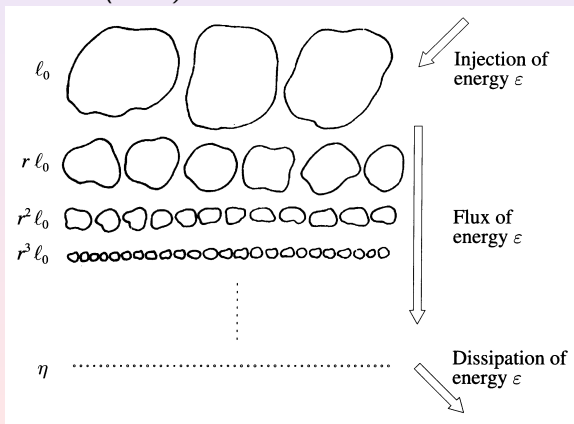
- Sir Horace Lamb nel 1932: *I am an old man now, and when I die and go to heaven there are two matters on which I hope for enlightenment. One is quantum electrodynamics, and the other is the turbulent motion of fluids. And about the former I am rather optimistic.*
- Da studente, venne proposto a Werner Heisenberg (1901-1976) di occuparsi della turbolenza. Rifiutò, dicendo che il problema era troppo difficile, e si lanciò sulla meccanica quantistica di cui divenne uno dei padri fondatori. Più tardi tornò sul problema della turbolenza. nel 1974 in un seminario alla Columbia University di New York cita la turbolenza come *uno dei grandi problemi non risolti della fisica moderna.*

- Richard Feynman, Lectures on Physics, vol. II, 1964: *The next great era of awakening of human intellect may well produce a method of understanding the qualitative content of equations. Today we cannot. Today we cannot see that the water flow equations contain such things as the barber pole structure of turbulence that one sees between rotating cylinders. Today we cannot see whether Schroedinger's equation contains frogs, musical composers, or morality - or whether it does not.*
- Premio da un milione di dollari istituito dal Clay Mathematics Institute nel 2000 per chi contribuisca in modo significativo a una teoria matematica che sveli i segreti delle equazioni di Navier-Stokes.

- Richard Feynman, Lectures on Physics, vol. II, 1964: *The next great era of awakening of human intellect may well produce a method of understanding the qualitative content of equations. Today we cannot. Today we cannot see that the water flow equations contain such things as the barber pole structure of turbulence that one sees between rotating cylinders. Today we cannot see whether Schroedinger's equation contains frogs, musical composers, or morality - or whether it does not.*
- Premio da un milione di dollari istituito dal Clay Mathematics Institute nel 2000 per chi contribuisca in modo significativo a una teoria matematica che sveli i segreti delle equazioni di Navier-Stokes.

Natura frattale della turbolenza

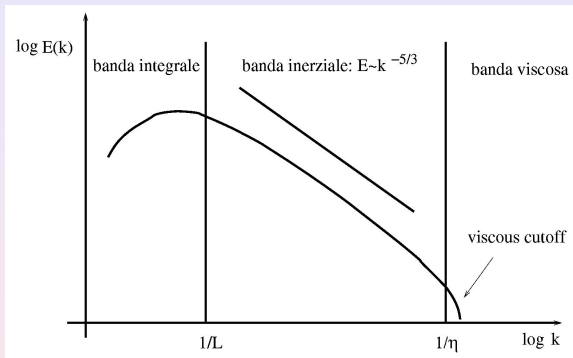
*Big whorls have little whorls,
which feed on their velocity,
and little whorls have lesser whorls,
and so on to viscosity (in the molecular sense).
Richardson (1922)*



La teoria di Kolmogorov (pubblicata in russo nel 1941 ma conosciuta in Occidente solo nel 1946 grazie a Batchelor) della turbolenza omogenea ed isotropa segue lo scenario della cascata alla Richardson, e suddivide le strutture vorticosi in tre categorie:

- i vortici a grande scala che ricevono energia ma non la dissipano
- I vortici a piccolissima scala che vengono dissipati per effetto della viscosità molecolare
- I vortici intermedi, dove l'energia non viene né creata né distrutta. Essi ricevono energia dai vortici a grande scala e la passano a quelli a piccola scala.

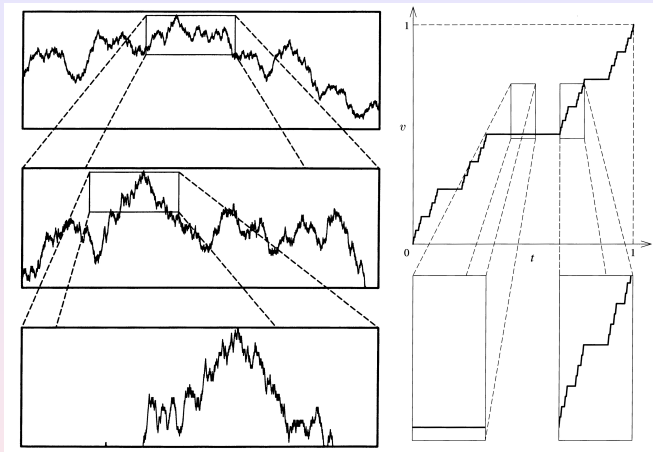
Risultati della teoria di Kolmogorov



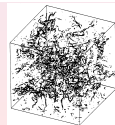
- L'ampiezza della scala dissipativa e quella integrale sono legate dalla relazione $\eta \simeq Re^{-3/4}L$

Risultati simili furono ottenuti indipendentemente nel 1945 da Werner Heisenberg e Karl von Weizsäcker durante il loro soggiorno forzato in Inghilterra alla fine della guerra.

La turbolenza è un frattale, anzi un multifrattale



A sinistra un segnale frattale autosimilare; a destra un segnale intermittente. La turbolenza è intermittente (cf. i *worms*)



Simulazione numerica diretta di un aereo

velocità	800km/h
lunghezza	30m
viscosità	0.1cm/s
Reynolds	600 milioni

Lunghezza di Kolmogorov	$Re^{-3/4}L \sim 0.08mm$
Nodi di calcolo	$Re^{9/4} \sim 5 \times 10^{17}$
Passo temporale:	$Re^{-1/2} \sim 6 \times 10^{-5}s$

Il numero di passi temporali per raggiungere 100s deve essere più di un milione. La memoria RAM richiesta 10^7 Terabytes. Il numero di operazioni 7×10^{26} .

Il computer di casa (che è più potente del più potente supercalcolatore dell'inizio anni '90) impiegherebbe **10 miliardi di anni**.

IBM Blue Gene (131.000 processori): **80000 anni**.

- Reynolds propose di scomporre il campo di velocità in una componente media $\langle \mathbf{v} \rangle$ e una fluttuante \mathbf{v}' : $\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'$.
- Le equazioni di Navier Stokes per le quantità medie non sono chiuse:

$$\frac{d \langle \mathbf{v} \rangle}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} \langle p \rangle + \nu \Delta \langle \mathbf{v} \rangle + \langle \mathbf{f} \rangle + \text{div} \boldsymbol{\tau}, \quad \tau_{ij} = -\langle v'_i v'_j \rangle$$

- Il *tensore degli sforzi di Reynolds* τ_{ij} deve essere opportunamente modellato. Boussinesq (1877) propose il modello a viscosità turbolenta, facendo l'analogia tra il moto disordinato dei piccoli vortici e quello delle molecole:

$$\text{div} \boldsymbol{\tau} = \nu_T \Delta \langle \mathbf{v} \rangle$$

- Reynolds propose di scomporre il campo di velocità in una componente media $\langle \mathbf{v} \rangle$ e una fluttuante \mathbf{v}' : $\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'$.
- Le equazioni di Navier Stokes per le quantità medie non sono chiuse:

$$\frac{d \langle \mathbf{v} \rangle}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} \langle p \rangle + \nu \Delta \langle \mathbf{v} \rangle + \langle \mathbf{f} \rangle + \text{div} \boldsymbol{\tau}, \quad \tau_{ij} = -\langle v'_i v'_j \rangle$$

- Il *tensore degli sforzi di Reynolds* τ_{ij} deve essere opportunamente modellato. Boussinesq (1877) propose il modello a viscosità turbolenta, facendo l'analogia tra il moto disordinato dei piccoli vortici e quello delle molecole:

$$\text{div} \boldsymbol{\tau} = \nu_T \Delta \langle \mathbf{v} \rangle$$

- Reynolds propose di scomporre il campo di velocità in una componente media $\langle \mathbf{v} \rangle$ e una fluttuante \mathbf{v}' : $\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'$.
- Le equazioni di Navier Stokes per le quantità medie non sono chiuse:

$$\frac{d \langle \mathbf{v} \rangle}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} \langle p \rangle + \nu \Delta \langle \mathbf{v} \rangle + \langle \mathbf{f} \rangle + \text{div} \boldsymbol{\tau}, \quad \tau_{ij} = -\langle v'_i v'_j \rangle$$

- Il *tensore degli sforzi di Reynolds* τ_{ij} deve essere opportunamente modellato. Boussinesq (1877) propose il modello a viscosità turbolenta, facendo l'analogia tra il moto disordinato dei piccoli vortici e quello delle molecole:

$$\text{div} \boldsymbol{\tau} = \nu_T \Delta \langle \mathbf{v} \rangle$$

- Lo stato più normale per un fluido è quello turbolento.
- La turbolenza pervade la nostra vita, dalla percezione dei profumi al gioco del golf.
- Le difficoltà nella comprensione teorica della turbolenza nascono dal fatto che essa è contemporaneamente molto disordinata e molto strutturata.
- La teoria, la modellazione e la simulazione della turbolenza sono campi di ricerca ancora molto aperti
- non fate come Heisenberg!

- Lo stato più normale per un fluido è quello turbolento.
- La turbolenza pervade la nostra vita, dalla percezione dei profumi al gioco del golf.
- Le difficoltà nella comprensione teorica della turbolenza nascono dal fatto che essa è contemporaneamente molto disordinata e molto strutturata.
- La teoria, la modellazione e la simulazione della turbolenza sono campi di ricerca ancora molto aperti
- non fate come Heisenberg!

Conclusioni

- Lo stato più normale per un fluido è quello turbolento.
- La turbolenza pervade la nostra vita, dalla percezione dei profumi al gioco del golf.
- Le difficoltà nella comprensione teorica della turbolenza nascono dal fatto che essa è contemporaneamente molto disordinata e molto strutturata.
- La teoria, la modellazione e la simulazione della turbolenza sono campi di ricerca ancora molto aperti
- non fate come Heisenberg!

Conclusioni

- Lo stato più normale per un fluido è quello turbolento.
- La turbolenza pervade la nostra vita, dalla percezione dei profumi al gioco del golf.
- Le difficoltà nella comprensione teorica della turbolenza nascono dal fatto che essa è contemporaneamente molto disordinata e molto strutturata.
- La teoria, la modellazione e la simulazione della turbolenza sono campi di ricerca ancora molto aperti
- non fate come Heisenberg!

- Lo stato più normale per un fluido è quello turbolento.
- La turbolenza pervade la nostra vita, dalla percezione dei profumi al gioco del golf.
- Le difficoltà nella comprensione teorica della turbolenza nascono dal fatto che essa è contemporaneamente molto disordinata e molto strutturata.
- La teoria, la modellazione e la simulazione della turbolenza sono campi di ricerca ancora molto aperti
- **non fate come Heisenberg!**