



colpe e meriti della matematica in finanza

Matematica e Finanza: un binomio
inscindibile

Milano, 28 Marzo 2012

ESEMPI

1. La vacanza



- avete a disposizione una settimana di vacanza
- proponete due mete alla vostra metà due mete (Parigi/Caraibi)
- lasciate a lui/lei la scelta
- chiudete gli occhi ed immaginate la vostra vacanza

- chi ha immaginato Parigi?
- chi i Caraibi?
- chi entrambe le mete?
- qualcuno ha pensato ad altro?



- Colpisce 1 persona su 1000
- Test affidabile al 95% (5% di falsi positivi)
- 1 persona, testata, risulta positiva

Qual è la probabilità che sia effettivamente malata?

- a) inferiore a 3%
- b) fra 3% e 30%
- c) fra 30% e 50%
- d) fra 50% e 90%
- e) oltre 90%

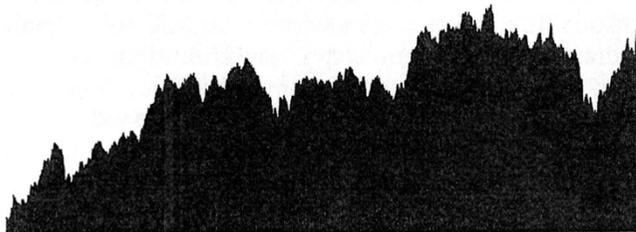


- fra un mese, vi servono 1000 L di latte fresco
- prezzo attuale: 1000€ / 1000 L

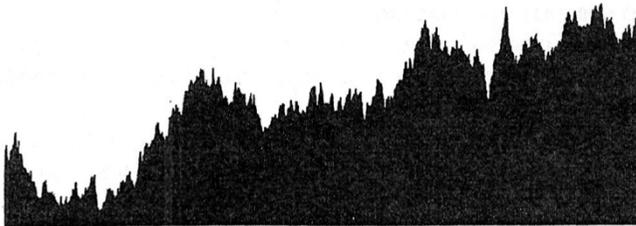


- possibilità, fra un mese, di comprare a 1100€ / 1000 L
- costo di 50 €

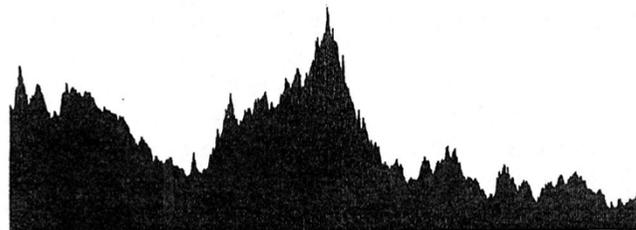
A.



B.



C.



- sono illustrati 3 grafici di prezzi
- 2 sono reali
- 1 è fittizio (generato con un modello teorico di funzionamento del mercato)
- qual è l'intruso?



A. 40.000 € sicuri



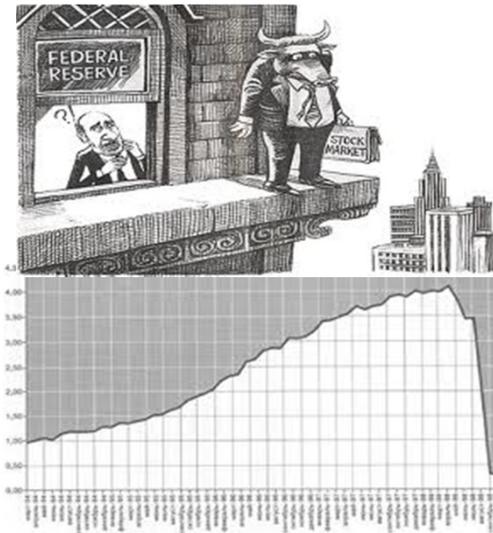
B. 60.000 € con $P = 2/3$

0 € con $P = 1/3$

MATEMATICA E FINANZA - controllo del rischio



GRANDE CRISI DEL 1929



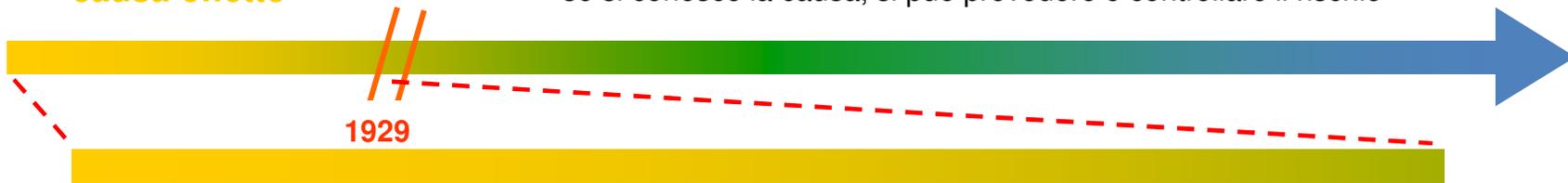
CRISI DEL 1998

tracollo del Long Term Capital Management

MATEMATICA E FINANZA - controllo del rischio

modello
deterministico
causa-effetto

- si cerca il motivo di salita/discesa di un prezzo in una causa
- se si conosce la causa, si può prevedere e controllare il rischio



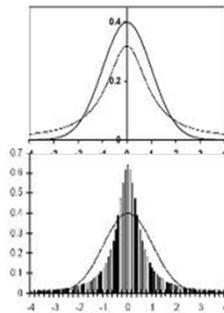
BERNOULLI Jakob
1654-1705

- bernoulliana
- legge dei Grandi Numeri



BERNOULLI Daniel
1700-1782

- funzioni utilità
- paradosso di San Pietroburgo



casualità

- LIEVE
- SELVAGGIA



GAUSS Carl F.
1777-1855



CAUCHY Augustin L.
1789-1857

MATEMATICA E FINANZA - controllo del rischio

- le cause non sono chiare
- i prezzi non sono prevedibili

finanza moderna

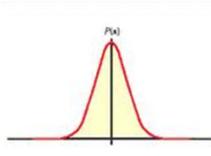
- le variazioni di prezzo possono essere descritte da leggi matematiche del caso
- il rischio è misurabile e controllabile



Bachelier

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} u(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x,t) \\ u(x,0) = \varphi(x) \end{cases}$$

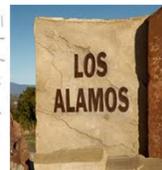
prezzi cammino casuale
stima P con eq. calore



von Neumann



TDG



MC



Markowitz

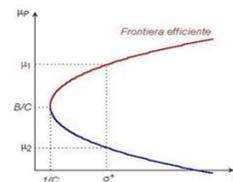


Sharpe



Fama

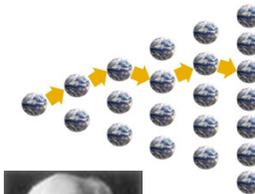
PFT efficiente
CAPM
mercati efficienti



Black & Scholes



valutazione opzioni



MC in finanza



Pearson 1969
numeri casuali

MATEMATICA E FINANZA - controllo del rischio

- le probabilità sono calcolabili e rischi misurabili in contesti con regole definite
- il mondo reale non ha regole definite

finanza
post
moderna

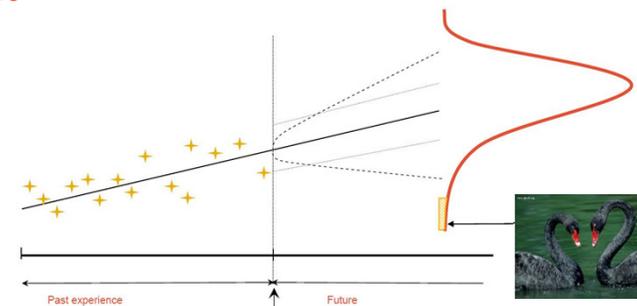


I presupposti della teoria finanziaria ortodossa sono inverosimili

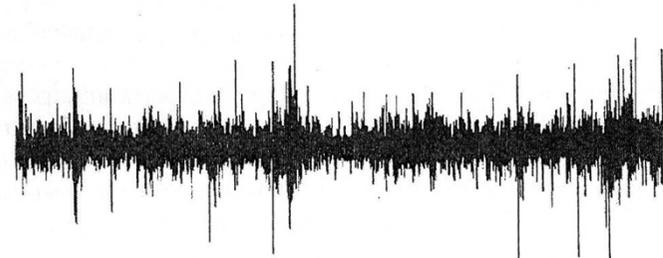
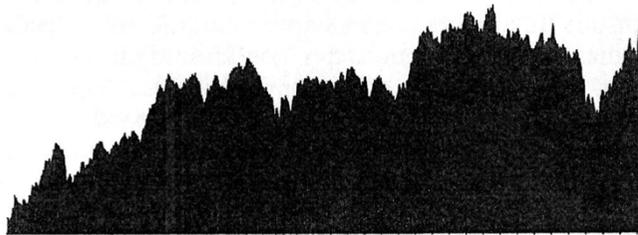
- le persone agiscono in modo razionale
decisioni influenzate da emozioni e non simmetriche
- tutti gli investitori sono uguali
esistono classi di investitori
- la variazione dei prezzi è continua
i prezzi fanno salti e le turbolenze tendono a raggrupparsi
- I prezzi cambiano seguendo il moto browniano
 - indipendenza - variazioni senza memoria
le nuove informazioni vengono smaltite in qualche giorno
 - stazionarietà - processo invariato
cambiano le variabili in gioco
 - distribuzione normale variazioni dei prezzi
grosse variazioni di prezzo sono molto più comuni di quanto consenta il modello



processo di Polya



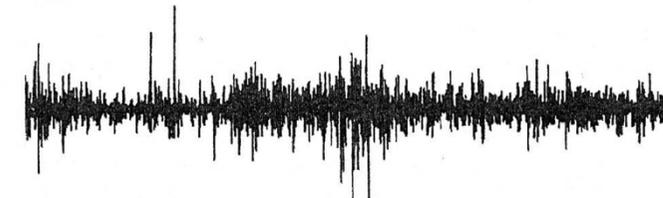
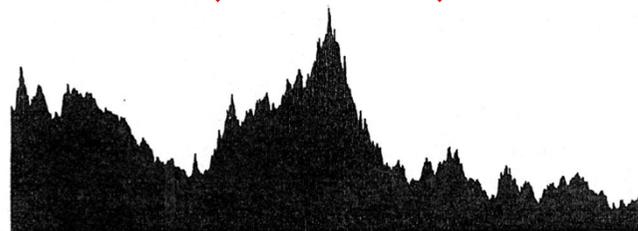
A.



B.



C.



- le oscillazioni del prezzo sono molto irregolari
- quelle considerevoli sono numerose e raggruppate

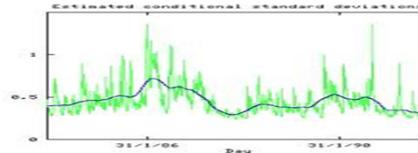
MATEMATICA E FINANZA - controllo del rischio

- molte prove a sfavore dei modelli finanziari ortodossi
- piuttosto che ripartire da zero, spesso si cerca di “aggiustarli”

finanza
post
moderna



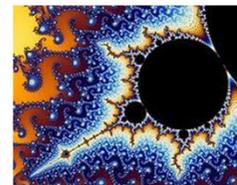
- CAPM → APT



1998



- smile di volatilità → modelli GARCH



- geometria frattale

- reti neurali



- algoritmi genetici

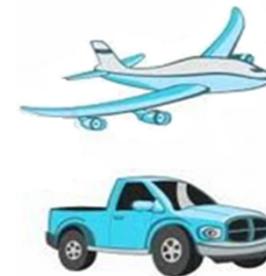
FINANZA COMPORTAMENTALE

- ci consideriamo esseri razionali, capaci di applicare in modo freddo e calcolato le leggi di probabilità alle scelte che abbiamo di fronte
- crediamo che disporre di quante più informazioni sia tanto meglio per decidere



- i contesti in cui agiamo sono spesso complessi e poco chiari
- informazioni aggiuntive possono intralciare e distorcere le decisioni

gli aspetti emotivi prevalgono sulla misurazione



FINANZA COMPORTAMENTALE - esempi 1 e 2



- *Siamo ciechi alle probabilità*
- *Il nostro cervello è in grado di occuparsi di un solo stato alla volta*

- Colpisce 1 persona su 1000
- Test affidabile al 95% (5% di falsi positivi)

$$\begin{aligned} P &= \text{malati} / (\text{malati} + \text{falsi positivi}) \\ &= 1 / (1 + \sim 50) \\ &= 1 / \sim 51 \\ &\approx 2\% \end{aligned}$$



FINANZA COMPORTAMENTALE - esempio 3

- fra un mese, vi servono 1000 L di latte fresco
- prezzo attuale: 1000€ / 1000 L
- possibilità, fra un mese, di comprare a 1100€ / 1000 L
- costo di 50 €



- *L'opzione non è attualmente esercitabile (OTM)*
- *Il suo prezzo rispecchia i possibili scenari futuri*
- *Sottovalutiamo il valore delle opzioni perché confondiamo valore atteso e scenario più probabile*
 - $1000\text{€} / 1000\text{ L}$ con $P=90\%$ → valore 0
 - $1600\text{€} / 1000\text{ L}$ con $P=10\%$ → valore 500

FINANZA COMPORTAMENTALE

- i modelli classici di razionalità (TDG e Makowitz) specificano come si dovrebbe decidere in presenza di rischio
- ampie ricerche sperimentali rivelano che le deviazioni da questi modelli avvengono molto più spesso di quanto in genere si ammetta
- la finanza comportamentale
 - applica la psicologia cognitiva alla comprensione delle decisioni economiche e a come queste si riflettano nei prezzi di mercato
 - si interessa alla mancanza di razionalità da parte degli agenti economici



FINANZA COMPORTAMENTALE - teoria del prospetto

- si basa su evidenze empiriche
- fornisce una descrizione di come gli individui si comportano di fronte a una decisione in condizione di rischio
- attribuisce i modelli di comportamento a due difetti umani
 - emozione
 - difficoltà cognitive



KAHNEMAN



TVERSKY

La teoria tratta due importanti fenomeni psicologici

- effetto contesto (framing)
 - il contesto, e soprattutto il modo con cui viene formulato il problema, influisce sulla scelta
 - spesso assume la forma di “contabilità mentale”: si scompongono gli elementi del quadro complessivo
- avversione alle perdite
 - la motivazione ad evitare una perdita è superiore a quella di realizzare un guadagno

FINANZA COMPORTAMENTALE - malattia asiatica

Gli Stati Uniti si stanno preparando ad affrontare una malattia asiatica, che causerà la morte di 600 persone

- A. vengono salvate 200 persone
- B. vengono salvate 600 persone con $P=1/3$
non viene salvato nessuno con $P=2/3$
- C. muoiono 400 persone
- D. non muore nessuno con $P=1/3$
muoiono 600 persone con $P=2/3$



- *le due coppie di opzioni A/C e B/D sono identiche*
- *gli autori hanno posto l'accento su*
 - *“salvate”*
 - *“uccise”*

FINANZA COMPORTAMENTALE - esempio 5



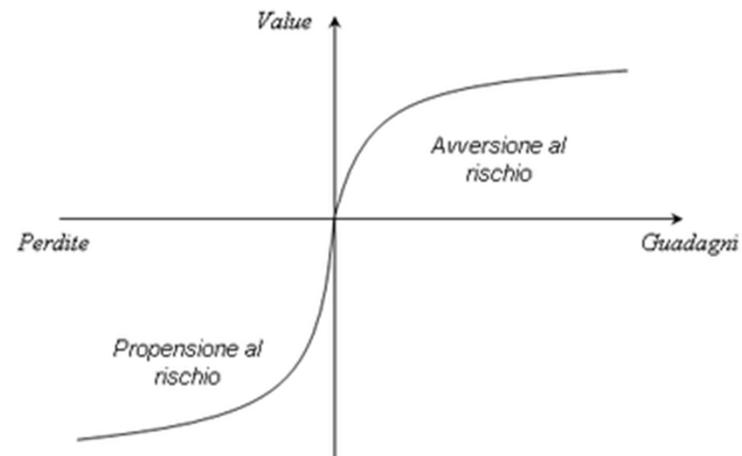
A. 40.000 € sicuri



B. 60.000 € con $P = 2/3$

0 € con $P = 1/3$

- Le nostre decisioni sono influenzate dal cambiamento del punto di vista



- Più che "avversi al rischio" siamo "avversi alla perdita"

FINANZA COMPORTAMENTALE - esempi di tutti i giorni



PUBBLICITA'



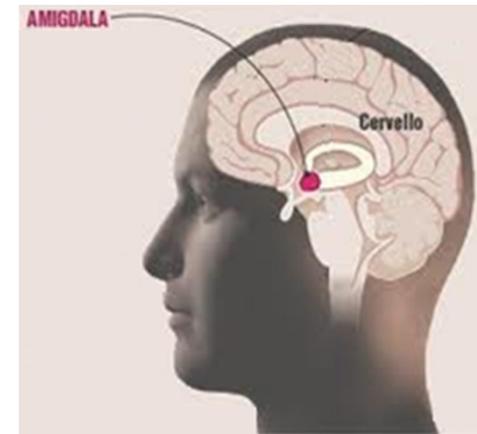
INFORMAZIONI
MEDICHE

SONDAGGI DI OPINIONE



FINANZA COMPORTAMENTALE - verso la luce

- Le persone sono affezionate alle proprie idee:
uno studioso diventato famoso per un'opinione non dirà nulla che possa svalutare il lavoro passato
- Un comportamento esclusivamente razionale è segno di un difetto dell'amigdala
- Merton e Scholes piuttosto che guadagnare dall'esperienza hanno dato la colpa a "un evento raro" e alle controparti "piombate come avvoltoi per gravare sulla caduta"



- La scienza è migliore degli scienziati: evolve di funerale in funerale
- Dopo il collasso del LTCM emergerà un nuovo economista della finanza che integrerà quella conoscenza nelle sue teorie

ATTUALITA': bilancio di Famiglia e Stato



▪ ENTRATE



▪ USCITE



▪ DEBITO



- quale tasso ?
- è solvente ?

- rate
- quote interessi ✓
 - quote capitale ✓

- rimborsi
- cedole ✓
 - nozionale ✗

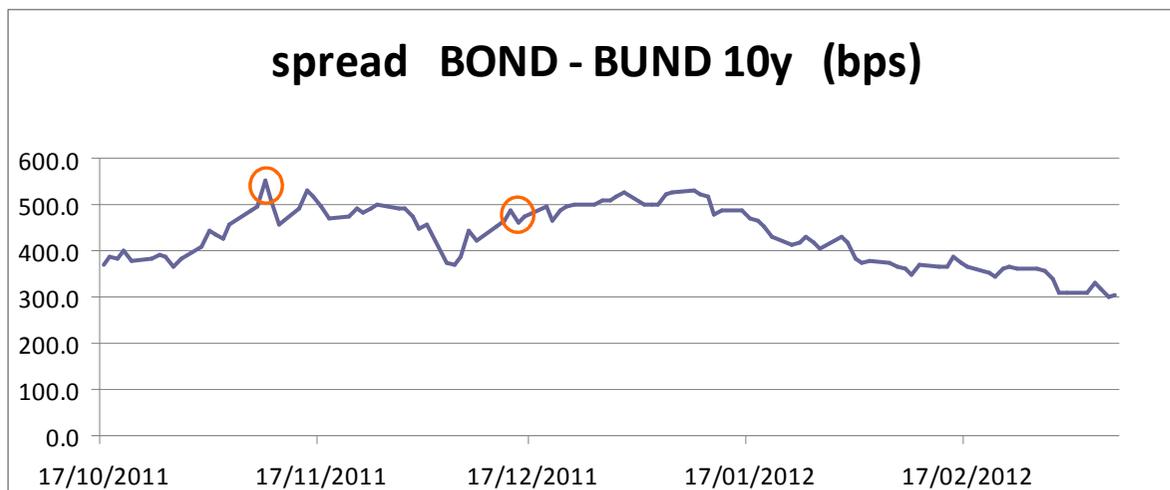


ATTUALITA': spread e cds

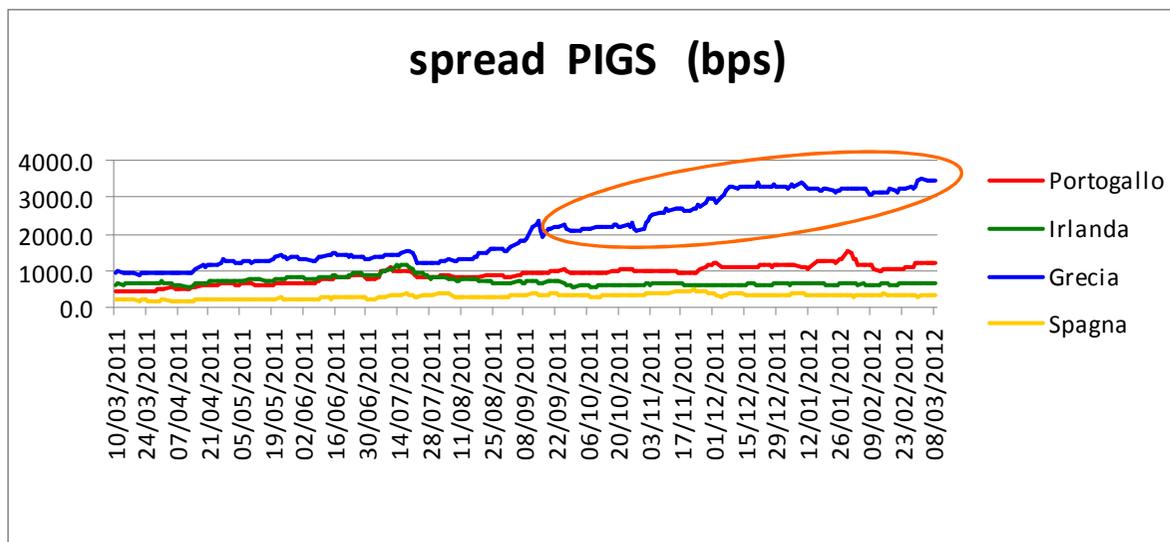


- differenza fra il rendimento di un titolo del debito sovrano di uno stato ed il corrispettivo di un altro stato (a basso rischio) preso come riferimento
es. BTP 10y vs BUND 10y
- il rendimento è proporzionale al rischio: minore è il grado di affidabilità di uno stato, maggiore sarà il rendimento che esso deve pagare agli investitori
- l'aumento degli interessi incide sulla capacità e sul costo sostenuto per rifinanziare debiti in scadenza
- strumenti finanziari simili a polizze assicurative che proteggono dal fallimento di uno stato o azienda: chi li acquista paga un premio a chi li vende e, in caso di default, riceve un capitale
- se il CDS di uno stato inizia a crescere, significa che il mercato compra assicurazioni per tutelarsi dal default e, quindi, percepisce un rischio
- i CDS sono strumenti Over the Counter (non scambiati su mercati regolamentati) e quindi meno trasparenti di altri

ATTUALITA': spread Italia e Grecia



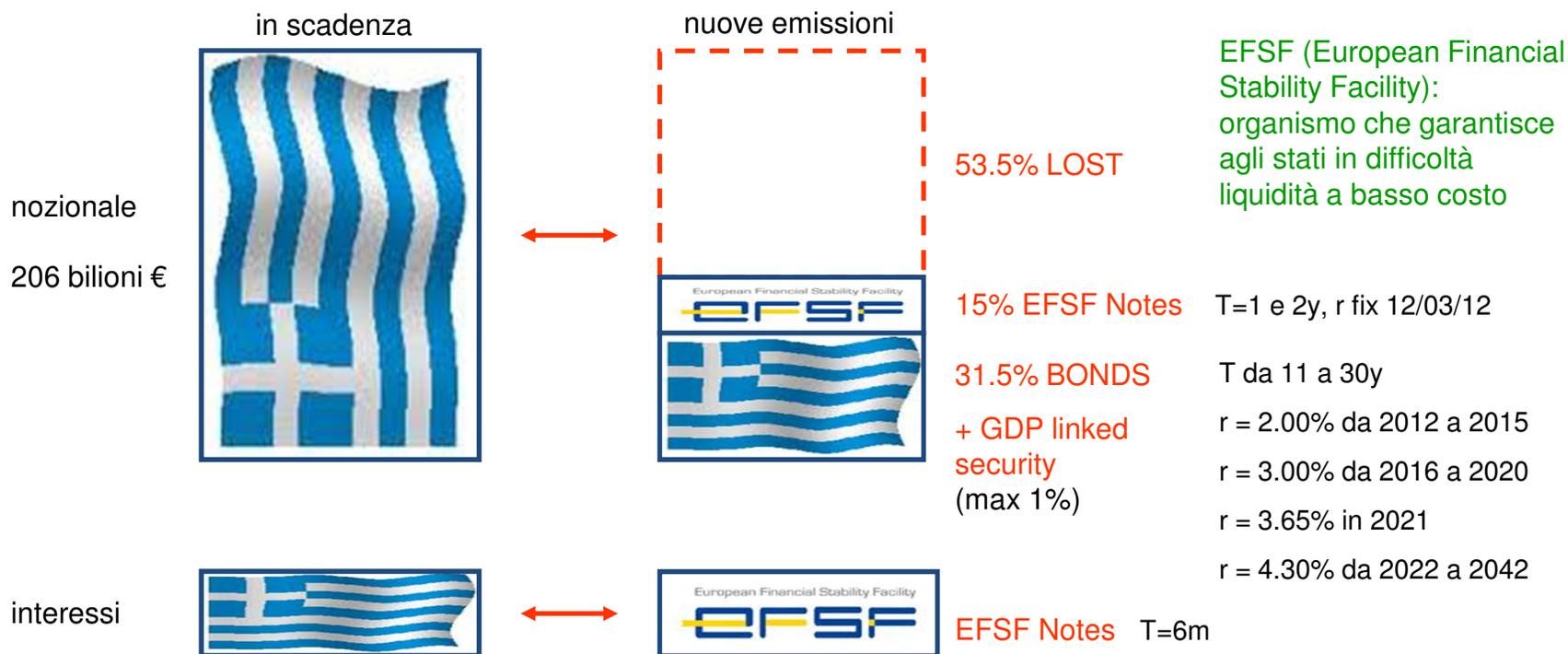
- 09/11/2011
552.5
dimissioni di Berlusconi
- 13/01/2012
487.6
S&P declassa Italia



- cosa accade quando lo spread sale troppo?

ATTUALITA': Grecia - ristrutturazione del debito

- quando la Grecia ha raggiunto il 7% del rendimento sul proprio titolo di stato decennale, è scattata la richiesta di aiuto all'Europa e il mercato ha capito che si rischiava il default.
Se la Grecia fallisse, le banche (tedesche e americane) che hanno venduto i CDS sullo stato ellenico dovrebbero ripagare ai detentori i capitali assicurati
- la Grecia si è di recente adoperata per ristrutturare il suo debito (il 20 marzo sono scaduti 14.5 MLD di bond)
Proposta: (estesa a tutti i detentori di titoli di stato ellenici) scambio (swap) di titoli



ATTUALITA': Grecia - ristrutturazione del debito

partecipazione allo swap



volontario, no CaC

90%

possibile CaC /
pagamenti CDS

75%

default

- CaC: "Clausola azione Collettiva"
Possibilità di estendere obbligatoriamente lo swap a tutti i bond emessi sotto giurisdizione greca

- CDS: "Credit Default Swap"
L'applicazione della CaC è considerata un "credit event"? Fa scattare il default?
Decisione presa da ISDA (International Swap and Derivative Association)

Se no, i CDS perdono credibilità.

CDS greca: 3.25 MLD \$

CDS mondo: 9,300.00 MLD %



14% English Law

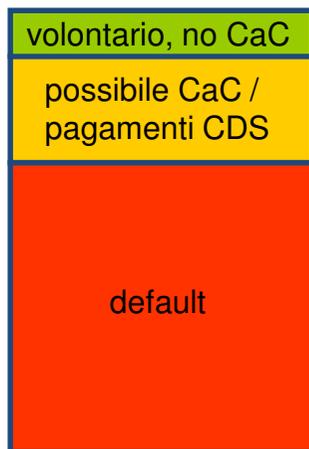


86% Greek Law

>= 66% swap
si possono
estendere i CaC
a giurisdizione
greca (86%)

ATTUALITA': Grecia - ristrutturazione del debito

partecipazione allo swap



90%

75%

	B	SI'	NO
A			
SI'		(46.5, 46.5) (46.5, 46.5)	(46.5, 100) (46.5, 46.5)
NO		(100, 46.5) (46.5, 46.5)	(0, 0)

accettare swap – valore facciale

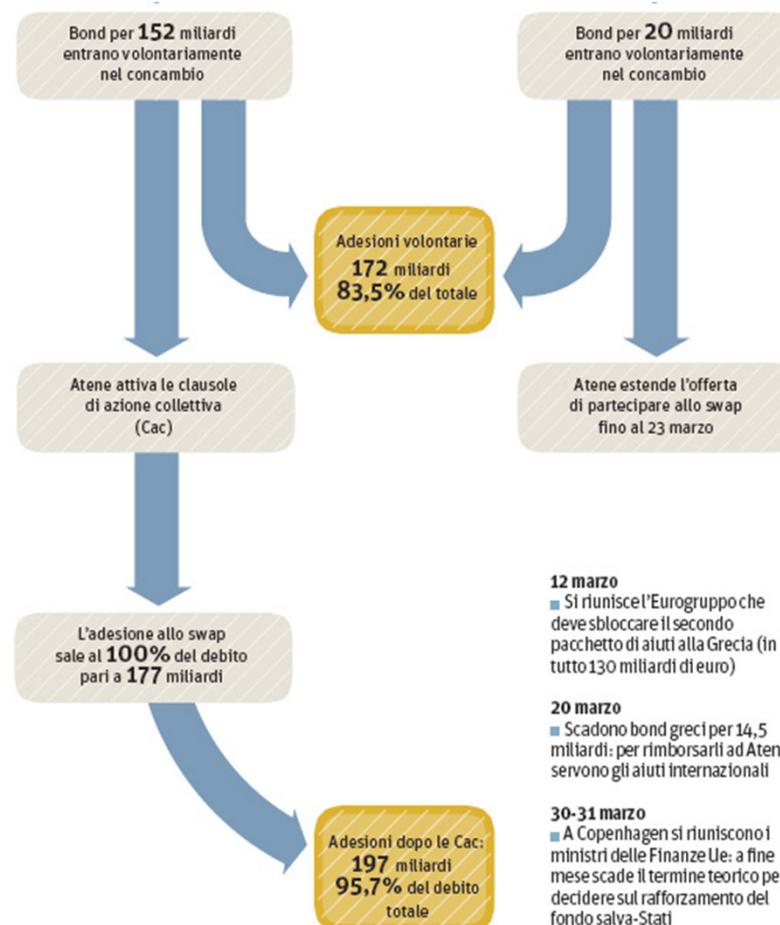
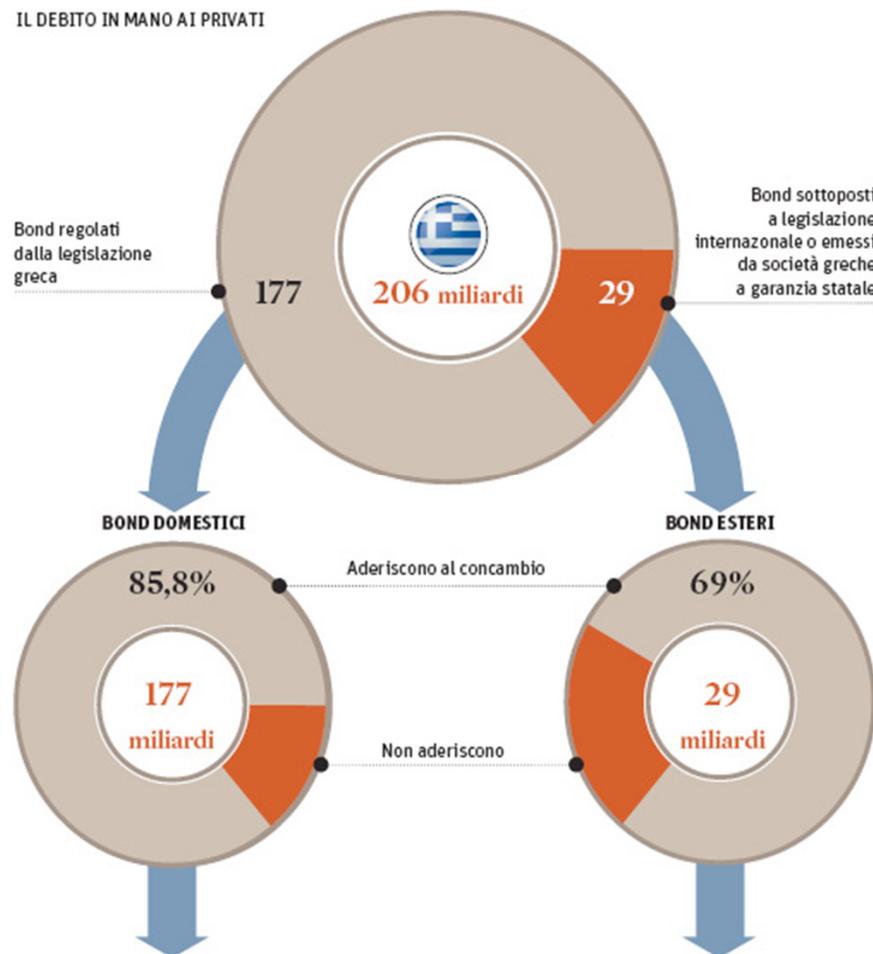


	B	SI'	NO
A			
SI'		(5, 5)	(0, 20)
NO		(20, 0)	(1, 1)

confessare – anni di carcere

ATTUALITA': Grecia - ristrutturazione del debito

IL DEBITO IN MANO AI PRIVATI



- 12 marzo**
 - Si riunisce l'Eurogruppo che deve sbloccare il secondo pacchetto di aiuti alla Grecia (in tutto 130 miliardi di euro)
- 20 marzo**
 - Scadono bond greci per 14,5 miliardi: per rimborsarli ad Atene servono gli aiuti internazionali
- 30-31 marzo**
 - A Copenhagen si riuniscono i ministri delle Finanze Ue: a fine mese scade il termine teorico per decidere sul rafforzamento del fondo salva-Stati

ATTUALITA': Grecia - ristrutturazione del debito



- la Grecia ha più che dimezzato il suo debito pubblico
- lo scambio di titoli ellenici ha operato un taglio del 53.5% del valore facciale dei bond, ma la perdita di valore reale si aggira intorno al 74%: il nuovo pacchetto di investimenti è valutato dal mercato a 26-27%
- l' ISDA ha dichiarato che l'introduzione delle CaC è un "trigger event", che fa scattare i CDS
- i CDS mantengono credibilità

RIASSUMENDO

Anticamente il futuro era lo specchio del passato
o l'oscuro dominio di oracoli e indovini



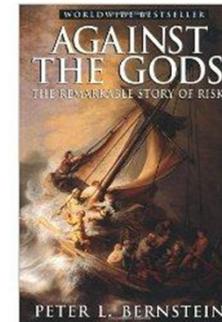
La matematica è uno strumento che ci viene
in aiuto, ma se mal utilizzata può portare
gravi conseguenze

La scienza è migliore degli scienziati e rinasce
“di funerale in funerale”



BIBLIOGRAFIA SELEZIONATA

- Autore: Bernstein, Peter
- Titolo: Against the gods
- Edizione: John Wiley & sons
- Anno: 1996



- Autore: Mandelbrot, Benoit
- Titolo: Il disordine dei mercati
- Edizione: Einaudi
- Anno: 2005



- Autore: Taleb, Massim Nicholas
- Titolo: Fooled by randomness
- Edizione: Kindle
- Anno: 2008

