

Meccanica dei fluidi a scuola: esperimenti e teoria

Edoardo Bocchi

Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano

Seminario Effediesse - Dipartimento di Matematica, PoliMi

5 novembre 2025



Scopo e schema della presentazione

L'obiettivo è proporre attività pratiche e teoriche per introdurre gli studenti della scuola secondaria alla meccanica dei fluidi. Le uniche conoscenze richieste sono il calcolo differenziale e integrale in una variabile e la meccanica classica (4/5° anno).

- ▶ Introduzione di proprietà dei fluidi attraverso esperimenti e di situazioni reali relative.
- ▶ Derivazione di un modello semplificato di fluidodinamica da alcuni principi della meccanica classica
- ▶ Due esempi di problemi studiati nella ricerca matematica accademica

Le attività proposte oggi rientrano nelle azioni di terza missione svolte nel progetto UE Marie Curie THANAFSI "Theoretical Analysis of Fluid-Structure Interactions Problems and Applications":



Funded by the
European Union

- ▶ Stand divulgativo "Fluidi e flussi migratori: coesione e movimento" alla Notte europea dei ricercatori/trici 2024 a Milano



- ▶ Seminari divulgativi in licei scientifici: Calini a Brescia - Einstein a Milano, maggio 2025

Cos'è un fluido? Cos'è la meccanica dei fluidi?

Un fluido è un liquido, un gas o un plasma che può muoversi e deformarsi in modo continuo sotto l'azione di una forza esterna o di uno sforzo di taglio.

Dal punto di vista macroscopico, un fluido può essere descritto come un sistema continuo, costituito da un numero infinito di particelle. A seconda del grado di coesione tra le particelle, il fluido può trovarsi allo stato liquido, gassoso o di plasma.

La branca della fisica che studia il comportamento dei fluidi si chiama **meccanica dei fluidi**. Essa si divide in **fluidostatica**, che analizza i fluidi a riposo, e **fluidodinamica**, che studia i fluidi in movimento.

Classificazione

Per studiare il comportamento dei fluidi, è fondamentale conoscere e capire le loro proprietà intrinseche. Lo scopo di questa prima parte è introdurre alcune di queste proprietà tramite esperimenti che possono essere riprodotti facilmente in aula. Tali proprietà ci permettono di classificare i fluidi, per esempio, in base alla loro:

- ▶ Comprimibilità
- ▶ Viscosità
- ▶ Tensione superficiale
- ▶ Rotazione
- ▶ ...

Fluido compressibile vs fluido incompressibile

Cosa serve:

- ▶ 1 siringa mezza piena d'acqua, 1 siringa vuota

Fluido comprimibile vs fluido incomprimibile

Cosa serve:

- ▶ 1 siringa mezza piena d'acqua, 1 siringa vuota

Esperimento:

Proviamo a comprimere entrambi i fluidi. Riusciamo a comprimere l'aria ma non riusciamo a comprimere l'acqua, anche applicando una forza elevata!

Fluido comprimibile vs fluido incomprimibile

Cosa serve:

- ▶ 1 siringa mezza piena d'acqua, 1 siringa vuota

Esperimento:

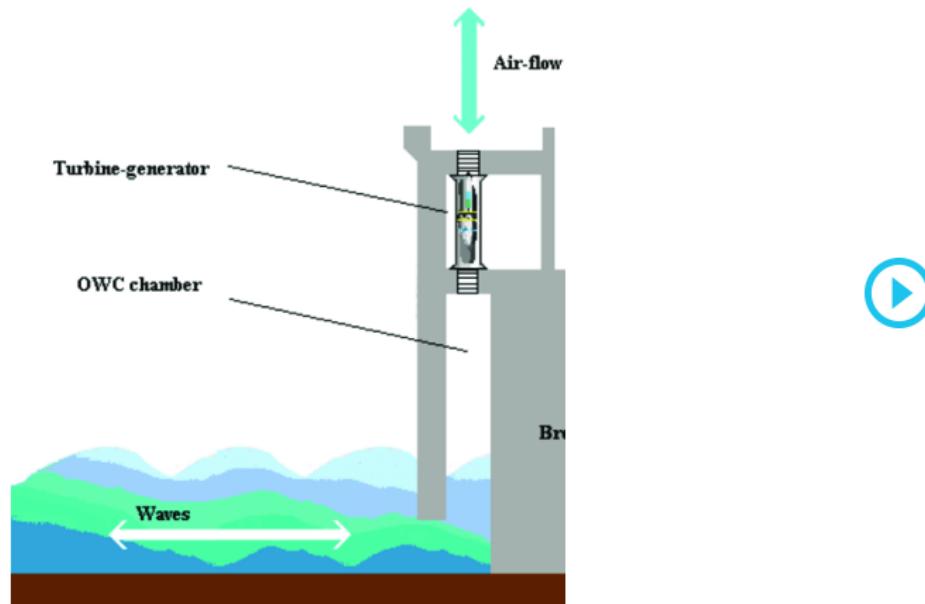
Proviamo a comprimere entrambi i fluidi. Riusciamo a comprimere l'aria ma non riusciamo a comprimere l'acqua, anche applicando una forza elevata!

La **comprimibilità** è la proprietà di un fluido di modificare il proprio volume al variare della pressione alla quale è soggetto. In un fluido incomprimibile la densità rimane costante, mentre in un fluido compressibile la densità varia nello spazio e nel tempo.

⇒ L'acqua è incomprimibile, l'aria (gas) è compressibile

L'interazione tra acqua ed aria può creare energia!

In una *colonna d'acqua oscillante*, l'arrivo delle onde marine provoca un cambio di volume d'acqua nella camera, genera un flusso d'aria che passa attraverso la turbina, attivandola e generando energia elettrica.



Fluido viscoso newtoniano vs non newtoniano

Cosa serve:

- ▶ 1 piscinetta/bacinella, acqua, amido di mais.

Esperimento:

Uniamo acqua ed amido di mais in proporzione 1:2. Quando saltiamo sopra il composto applicando forza, il fluido ha un comportamento solido. Quando smettiamo di muoverci, il fluido ha un comportamento liquido e andiamo a fondo.



La **viscosità** è la resistenza di un fluido allo sforzo di taglio, dovuta all'attrito tra le molecole: miele vs acqua.

L'essere **newtoniano o non newtoniano** è la proprietà di un fluido viscoso di avere una viscosità che non varia o varia a seconda della forza (improvvisa o regolare) che gli viene applicata.

⇒ L'acqua è newtoniana, l'acqua con amido di mais è non newtoniana.

Altri fluidi non-newtoniani nella vita reale:

- ▶ Ketchup, dentifricio, sabbie mobili...

...ora sappiamo perchè bisogna evitare movimenti bruschi per evitare di restare bloccati nelle sabbie mobili!

Tensione superficiale

Cosa serve:

- ▶ 1 moneta, 1 dosatore pieno d'acqua, 1 dosatore pieno d'olio,
1 dosatore pieno d'alcol

Tensione superficiale

Cosa serve:

- ▶ 1 moneta, 1 dosatore pieno d'acqua, 1 dosatore pieno d'olio, 1 dosatore pieno d'alcol

Esperimento:

Calcoliamo quante gocce di ciascun liquido possono stare sopra la moneta prima che strabordi. Il numero di gocce che stanno sopra la moneta cambia a seconda del fluido considerato: più gocce d'acqua che gocce d'olio e alcol.

Tensione superficiale

Cosa serve:

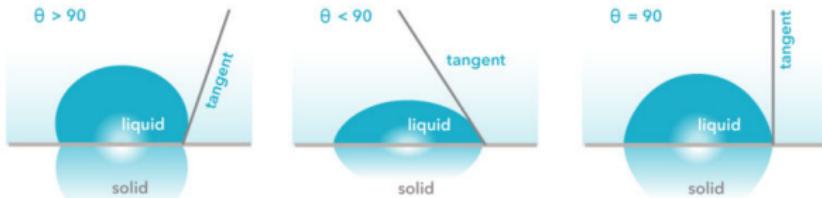
- ▶ 1 moneta, 1 dosatore pieno d'acqua, 1 dosatore pieno d'olio, 1 dosatore pieno d'alcol

Esperimento:

Calcoliamo quante gocce di ciascun liquido possono stare sopra la moneta prima che strabordi. Il numero di gocce che stanno sopra la moneta cambia a seconda del fluido considerato: più gocce d'acqua che gocce d'olio e alcol.

La **tensione superficiale** è la misura della coesione delle particelle sulla superficie di un fluido. È dovuta alla forza di attrazione tra le molecole del fluido: in prossimità della superficie, subiscono una forza risultante diretta verso l'interno del fluido.

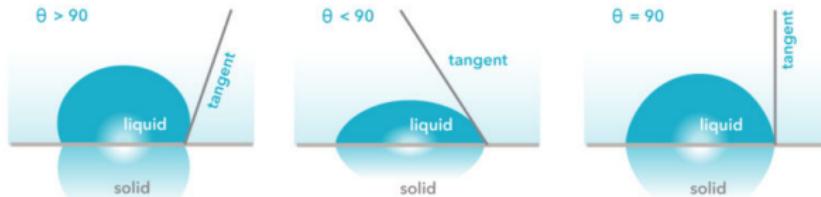
Conseguenza: la tensione superficiale influenza sull'angolo di contatto tra una superficie di fluido e una superficie solida



Maggiore è la tensione superficiale, maggiore è l'angolo di contatto, maggiore è il numero di gocce che rimangono sulla moneta

⇒ acqua > olio > alcol

Conseguenza: la tensione superficiale influenza sull'angolo di contatto tra una superficie di fluido e una superficie solida



Maggiore è la tensione superficiale, maggiore è l'angolo di contatto, maggiore è il numero di gocce che rimangono sulla moneta

⇒ acqua > olio > alcol

Applicazioni reali di questo fenomeno :

- ▶ Diffusione ottimale di un disinfettante su una certa superficie
- ▶ Bilancio della gravità e stabilizzazione di configurazioni "instabili"



Flusso rotazionale vs flusso irrotazionale

Cosa serve:

- ▶ 1 bottiglia mezza piena d'acqua, 1 bottiglia vuota, 1 tappo "speciale"



Flusso rotazionale vs flusso irrotazionale

Cosa serve:

- ▶ 1 bottiglia mezza piena d'acqua, 1 bottiglia vuota, 1 tappo "speciale"



Esperimento:

Ruotando leggermente le bottiglie (acqua sopra, aria sotto), generiamo un vortice nell'acqua perchè si crea uno spazio al suo interno attraverso cui l'aria può salire, mentre l'acqua fa il percorso inverso.

La **vorticità** è la misura della rotazione locale delle particelle del fluido: più precisamente, è un vettore che ne misura la direzione, il verso (regola della mano destra) e l'intensità.

In configurazioni dinamiche, le particelle all'interno di un flusso di fluido possono o meno ruotare:

Flusso rotazionale



Flusso irrotazionale



In natura, i vortici si presentano in maniera multeplice: tornado, gorghi, sistemi nuvolosi, galassie, ecc. Sono presenti nel frangimento d'onda e nelle correnti di risacca mentre non lo sono in mare aperto.

Vortici e stabilità

Un altro modo per creare vortici artificialmente si ottiene introducendo un solido all'interno di un flusso orizzontale d'aria/acqua:



Notiamo come la presenza dei vortici crei un'oscillazione del corpo immerso nel fluido.

Questo fenomeno accade pure in situazioni reali...



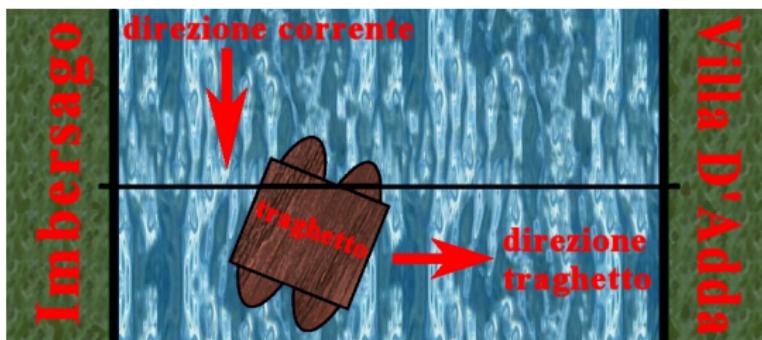
e, in casi estremi, può **compromettere la stabilità di infrastrutture**, come successe nel collasso del Tacoma Narrows Bridge nel 1940.



Principio di Bernoulli

Oltre ai vortici, notiamo una forza perpendicolare (verticale) al flusso incidente (orizzontale) che agisce sul solido. Si tratta della **forza dinamica di portanza**.

Tale fenomeno era già stato compreso da Leonardo da Vinci nel 1513 che inventò un modo per sfruttare la forza: il traghetto di Leonardo sul fiume Adda.



Perchè accade questo fenomeno?

Principio di Bernoulli

Cosa serve:

- ▶ 1 imbuto, 1 pallina da ping pong.

Principio di Bernoulli

Cosa serve:

- ▶ 1 imbuto, 1 pallina da ping pong.

Esperimento:

Mettiamo la pallina dentro l'imbuto, capovolgiamolo e soffiamo. Soffiando con sufficiente forza, riusciamo a mantenere la pallina attaccata al fondo dell'imbuto, mentre ci aspetteremmo che la pallina scappi via spinta da tale forza. Perchè?

Principio di Bernoulli

Cosa serve:

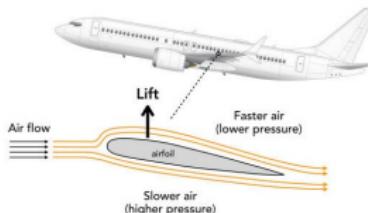
- ▶ 1 imbuto, 1 pallina da ping pong.

Esperimento:

Mettiamo la pallina dentro l'imbuto, capovolgiamolo e soffiamo. Soffiando con sufficiente forza, riusciamo a mantenere la pallina attaccata al fondo dell'imbuto, mentre ci aspetteremmo che la pallina scappi via spinta da tale forza. Perchè?

Principio di Bernoulli: $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{costante}$

Questo è il principio fondamentale per cui gli aerei volano!



DA PRINCIPI DELLA MECCANICA CLASSICA AD UN MODELLO DELLA FLUIDODINAMICA

Conservazione della massa

È una legge fisica della meccanica classica, originaria dal famoso postulato di Lavoisier (*Traité Élémentaire de Chimie*, 1789)



“Nulla si crea, nulla si distrugge, tutto si trasforma”

- ▶ Versione *globale*: la massa totale in un sistema isolato resta invariata nel tempo
- ▶ Versione *locale*: la variazione (istantanea) in tempo della massa in un volume contenuto in una superficie chiusa è uguale alla massa che attraversa la superficie

Conservazione della quantità di moto

È un principio fisico che deriva naturalmente dalla seconda legge di Newton (*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 1687)



$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Conservazione della quantità di moto

È un principio fisico che deriva naturalmente dalla seconda legge di Newton (*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 1687)



$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt}$$

- ▶ Versione *globale*: la quantità di moto totale in un sistema isolato resta invariata nel tempo
- ▶ Versione *locale*: la variazione (istantanea) in tempo della quantità di moto in un volume contenuto in una superficie chiusa è uguale alla somma della quantità di moto che attraversa la superficie e delle forze che agiscono sul volume

Le equazioni di Eulero

A partire da questi due principi, deriviamo ora (in una configurazione semplificata) due equazioni cardine della fluidodinamica che descrivono il moto di un fluido trascurando gli effetti viscosi:

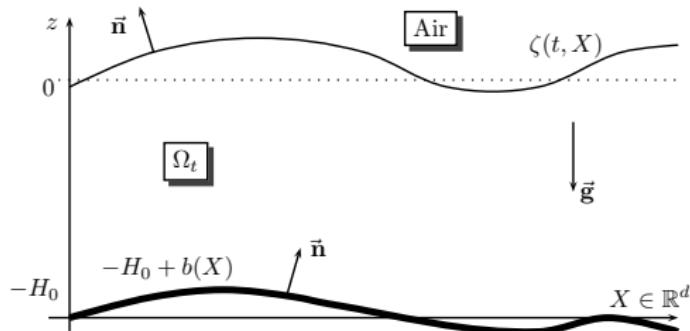
le **equazioni di Eulero**

(Principes généraux du mouvement des fluides, 1757)



DUE PROBLEMI STUDIATI NELLA RICERCA MATEMATICA ACCADEMICA

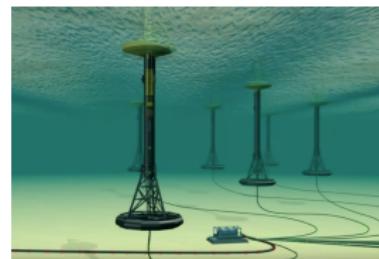
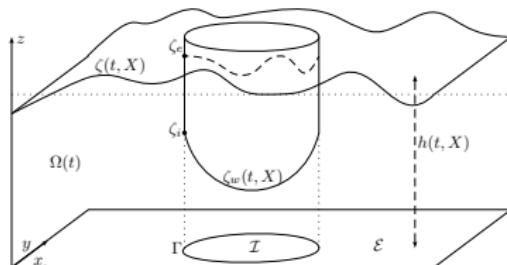
Moto delle onde marine



- ▶ Si considerano le equazioni di Eulero in 3D con densità costante e forza peso in un dominio Ω_t che varia nel tempo: dipende dalla superficie del fluido (onda)
- ▶ L'equazione che descrive il **movimento della superficie** è determinata dalla **velocità del fluido** stesso: le particelle alla superficie ci rimangono durante il movimento.
- ▶ **Condizioni al bordo del dominio:** pressione alla superficie = pressione atmosferica, fluido non permea il fondale marino (scivolamento)

Interazione tra onde marine e boe galleggianti

Le onde marine inducono lo spostamento verticale delle boe generando energia meccanica, poi trasformata in energia elettrica.



- ▶ **Equazioni delle onde marine** con condizione di accoppiamento sulla superficie di contatto: velocità del fluido = **velocità del solido**
- ▶ **Seconda legge di Newton** per la posizione verticale del baricentro h :

$$m \frac{d^2h}{dt^2} = F, \quad F = -mg + \int_{\text{contatto}} (P - P_{atm})$$

dove F è la somma della forza peso e della forza di **pressione esercitata sul solido dal fluido** e dall'aria

Grazie per la vostra attenzione!